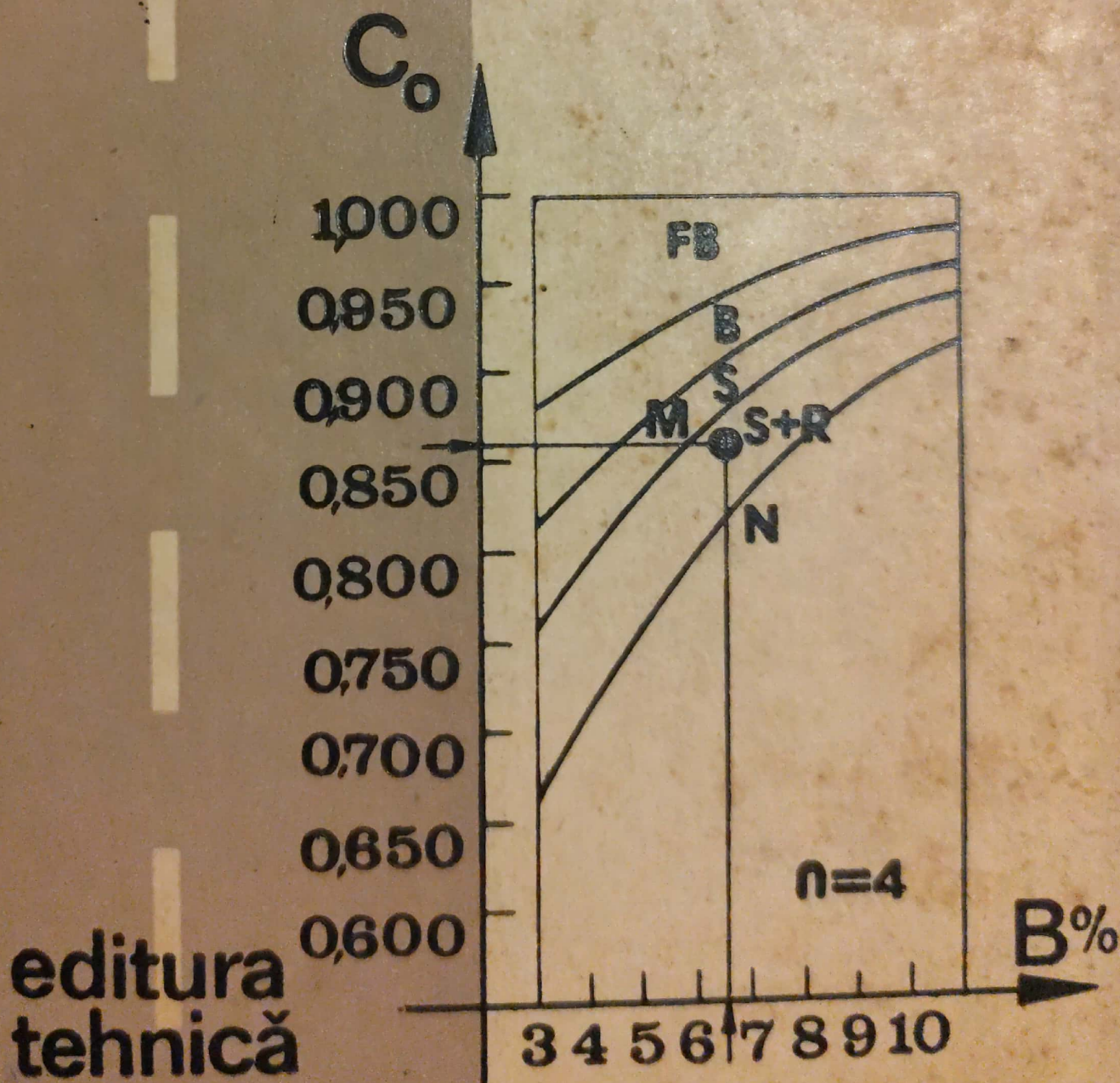


Radu Andrei

# Metode statistice aplicate la drumuri



Ing. Radu Andrei

# Metode statistice aplicate la drumuri



**Editura tehnică  
București**



Plecînd de la cunoaşterea cît mai exactă a stării drumurilor şi a calităţii materialelor rutiere, pe baza studiilor de variabilitate de mare amploare întreprinse de autor de-a lungul mai multor ani la execuţia unor lucrări de drumuri din ţară şi din străinătate, lucrarea „Metode statistice aplicate la drumuri” oferă soluţii precise şi eficiente unor probleme practice întâlnite frecvent în activitatea rutieră. Totodată, în lucrare se propun metode statistice de analiză şi control a lucrărilor precum şi criterii practice de estimare cantitativă a calităţii şi viabilităţii drumurilor.

Materialul prezentat, ilustrat cu exemple de calcul semnificativ alese, destinat atât lucrătorilor cu studii medii cît şi celor cu pregătire superioară, acoperă cu ponderi diferite, corelate cu necesităţile actuale şi de perspectivă imediată a tehnicii rutiere din ţara noastră, problemele majore ale acesteia, şi anume: semnificaţia încercărilor de stare şi de comportare la drumuri, aplicaţii statistice în probleme de geotehnică rutieră; criterii statistice pentru proiectarea, controlul şi evaluarea calităţii mixturilor asfaltice, a betoanelor de ciment şi a materialelor stabilizate cu lianţi; criterii pentru evaluarea calităţii şi viabilităţii drumurilor; exemple de prelucrare a datelor în ingineria de trafic.

Lucrarea, elaborată în scopul îmbunătăţirii calităţii şi eficienţei lucrărilor de drumuri, constituie prin concepţiile ingineresti expuse, un instrument practic pus la îndemîna specialiştilor din ţara noastră pentru interpretarea corectă şi operativă a datelor cu care se confruntă.

**Control ştiinţific : prof. dr. ing. HORIA ZAROJANU**

**Redactor : ing EMILIA ILIE**

**Tehnoredactor : ELLY GORUN**

**Coperta : RADU DUMA**

---

Bun de tipar 08.07.1983 Coli de tipar 13,25  
C.Z. 625.711 : 519.24/27

---

Întreprinderea poligrafică „Oltenia” Craiova  
Str. Mihai Vitezul nr. 4 Craiova.  
Cd. 110/1983



## Statistical methods applied in highway engineering

### Summary

This book offers precise and original solutions for the practical problems often appeared in data processing and taking decisions in highway engineering field.

Based on variability studies undertaken by the author along the years, on a big road projects realised in his country and abroad, the book presents statistical methods for quality control in road engineering and practical criteria for quantitative estimation of quality and viability of roads.

Illustrated with diagrams and significant examples taken from road practice the book is adressed to medium and high qualified personnel, involved in road engineering as highway technicians, highway and bridge engineers, students as well to researchers in this field.

After a short introduction in the main problems of mathematical statistics (chapter 1), the book covers in a well-balanced way, in accordance with the actual and long-term needs of higway engineering in this country the following issues :

- The significanee of tests and the accuracy of measurements in highway engineering (chapter 2).



- Statistical criteria for the design, control and estimation of the asphalt mixtures quality (chapter 3).
- Statistical criteria for quality control and estimation for cement concrete and for stabilized road materials (chapter 4).
- Statistical criteria for quality estimation of road pavements (chapter 5).
- Statistical applications in traffic engineering (chapter 7).

Properly used, this book, elaborated with the aim of improving the quality in road design, construction and maintenance, by implementing of the modern statistical methods and criteria, could become a very useful tool at the hand of all those interested in the progress in highway engineering field.

## Méthodes statistiques appliquées dans la technique routière

### Résumé

Ce livre offre des solutions précises pour les problèmes pratiques rencontrés souvent dans l'activité d'interprétation des données et de décision dans la technique routière.

Basé sur des amples études de variabilité conduites par l'auteur pendant des années, sur les grands projets routiers réalisés dans son pays ou à l'étranger, le livre présente des méthodes statistiques originales pour le contrôle de la qualité dans la technique routière et des critères pratiques pour l'estimation quantitative de la qualité et de la viabilité des routes.

Le livre, illustré avec des diagrammes et des exemples significatifs rencontrés dans la pratique routière, s'adresse aux spécialistes, étudiants et aux chercheurs dans ce domaine.

Après faire une courte introduction dans les principales problèmes de la statistique (chapitre 1), le livre présente, en concordance avec les nécessités actuelles ou de long terme de la technique routière de ce pays, les thèmes suivantes :

— La signification des essais et la précision de mesurages dans la technique routière (chapitre 2).

— Applications statistiques dans la géotechnique routière (chapitre 3).

— Critères statistiques pour le control et pour l'estimation de la qualité des melanges asphaltiques routieres (chapitre 4).

— Criteres statistiques pour l'estimation de la qualité du béton de ciment et des materiaux stabilisés (chapitre 5).

— Critères statistiques pour l'estimation de la qualité des routes (chapitre 6).

— Applications statistiques dans les études de trafic routire (chapitre 7).

Utilisé avec discernement, ce livre élaboré dans le but d'augmentation de la qualité des travaux par l'implémentation des critères et methodes modernes dans l'activité pratique, il peut devenir un instrument très utile dans les mains de tous les spécialistes interessés dans le progrès de la technique rcutière.



## Cuvînt înainte

Astăzi, sub aspect tehnic și economic, drumurile se prezintă diferit de modul cunoscut generațiilor anterioare. Ca participanți activi la evoluția tehnicii rutiere, putem afirma că aceasta a depășit faza de „singurătate” în care a trăit pînă nu de mult și că, în prezent, ea caută să se modernizeze, pe de o parte printr-o mai strînsă legătură cu științele înrudite, cum sînt matematica, fizica, chimia, iar pe de altă parte, prin perfecționarea continuă și dezvoltarea în condițiile specifice țării noastre a unei politici rutiere adecvate.

Astfel se concep și se experimentează cu succes noi sisteme rutiere (structurile rutiere variabile), plecînd de la cunoașterea mai exactă a solicitărilor din trafic și de la aprofundarea fenomenelor fizice și chimice ce au loc în straturile rutiere sub acțiunea acestor solicitări și a factorilor climatici.

Proiectarea pe calculator a elementelor geometrice ale drumurilor și programele de optimizare ale acestora au devenit practici curențe în abordarea unor lucrări de mare amploare, așa cum este Autostrada transeuropeană nord-sud.

Fizica își aduce o contribuție tot mai importantă la explicarea fenomenelor rutiere, cîmpurile de forțe ce intervin fiind în prezent posibil a fi estimate mai precis prin metode statistice, completînd astfel observarea unor simple accelerații conforme cu legea fundamentală a lui Newton. Criteriile energetice și legile de oboseală ale materialelor încep să se impună chiar din faza de dimensionare a sistemelor rutiere.

Chimia pătrunde și ea cu pași repezi în intimitatea materialelor rutiere; se abandonează unele materiale clasice, se asimilează și se propun materiale rutiere noi, selectate pe baza unor criterii de analiză tehnice, economice și energetice.

În cadrul actualei revoluții tehnice din domeniul rutier, constructorul se confruntă zilnic cu un volum de date experimentale și informații din ce în ce mai mare, cauzat atât de diversitatea materialelor noi, care pătrund în sectorul rutier, cât și de multitudinea sectoarelor experimentale realizate direct pe rețeaua rutieră și de complexitatea lucrărilor care, spre deosebire de alte construcții ingineresti, depind de un număr mare de factori obiectivi, fiind astfel absolut necesară introducerea în mod curent a unor interpretări statistice.

Ideea de a scrie o carte despre metodele statistice, aplicate în domeniul rutier, s-a născut mai demult, din confruntarea directă a autorului cu multitudinea de date apărute pe șantiere sau în laboratoarele de cercetare și din dorința de cuantificare a incertitudinilor printr-o interpretare obiectivă a acestor date, de pe ambele poziții: de beneficiar și de constructor.

Acum zece ani, noțiunile de statistică și probabilități aplicate în domeniul drumurilor, care se predau în facultate, erau destul de reduse; exista însă o bogată literatură care trata aplicarea acestor metode în alte domenii (medicină, biologie, pedagogie), literatură pe care autorul a început să o studieze și să o aplice în problemele rutiere curente. Problemele cu care se confrunta atunci, și care parțial sînt tratate sub forma de exemple în lucrare, vizau fie materialele de construcție, fie procesele tehnologice și calitatea lucrărilor de drumuri. Iată cîteva dintre ele:

— Cum se poate realiza și controla un proces tehnologic de fabricație a amestecurilor asfaltice sau a betonului de ciment, pentru a avea siguranța stabilității lui în timp?

— Din două sau trei surse disponibile de nisip, pentru fabricarea amestecurilor pe un șantier, care dintre ele este mai adecvată din punct de vedere calitativ? Dar din punct de vedere economic?

— Cît de mari pot fi diferențele între rezultatele obținute pentru același material, de către același laborator sau de către laboratoare diferite, pentru a pune în discuție fie calificarea operatorilor, fie metoda de lucru, fie calitatea aparaturii utilizate la analize și încercări?

— S-a făcut o îmbunătățire a elementelor geometrice ale unui traseu de drum. Cum se poate ști dacă această îmbunătățire este semnificativă și cum se manifestă ea în caracteristicile traficului?

— După compactarea unui sector de îmbrăcăminte asfaltică s-au recoltat carote pe care s-au determinat densitatea aparentă și gradul de compactare. În ce condiții, pe baza rezultatelor obținute, se poate afirma că sectorul respectiv este omogen sau neomogen din punctul de vedere al densității?



— La încercarea unor epruvele confecționate în condiții identice, din aceeași șarjă de beton, utilizând două prese diferite, s-au obținut valori diferite. Cum se poate stabili dacă aceste diferențe sînt semnificative?

— S-a conceput și realizat un nou dispozitiv de extracție a bitumului din mixturile asfaltice. Cum se poate stabili precizia lui în comparație cu dispozitivele utilizate anterior?

Plecînd de la cunoașterea exactă a stării drumurilor și a calității materialelor rutiere, pe baza unor studii de variabilitate de mare amploare, întreprinse de autor de-a lungul mai multor ani la execuția unor lucrări de drumuri în țară și în străinătate, au fost sintetizate rezultatele acestei experiențe pentru a fi puse la îndemîna tuturor celor ce lucrează în domeniul rutier.

Materialul prezentat este abordabil prin exemple de calcul semnificativ alese, de la nivelul laboratoarelor de șantier pînă la cel al laboratoarelor centrale, de la lucrătorii cu studii medii la cei cu pregătire superioară și acoperă cu ponderi diferite, corelate cu necesitățile actuale și de perspectivă imediată ale tehnicii rutiere din țara noastră, principalele probleme ale drumurilor.

Capitolul 1, „Metode matematice de analiză în tehnica rutieră” constituie o introducere în problemele generale ale statisticii matematice și în cunoașterea legilor de probabilitate cu ajutorul unor exemple sugestive din domeniul drumurilor. În continuare se tratează examinarea statistică a unor procese tehnologice rutiere, folosind analizele de regresie sau de dispersie, în scopul depistării parametrilor semnificativi și al estimării corelației dintre aceștia.

Capitolul 2 „Precizia măsurării și semnificația încercărilor de stare și de comportare la drumuri” cuprinde recomandări pentru interpretarea rezultatelor măsurărilor, unele metode de depistare a erorilor de măsurare și metode de supraveghere statistică a laboratoarelor rutiere, în scopul înlăturării unor eventuale erori sistematice. Se mai prezintă o serie de criterii AASHTO pentru aprecierea acceptabilității rezultatelor obținute pentru analize și încercări de laborator curente efectuate asupra materialelor rutiere.

În capitolul 3 „Aplicații ale metodelor statistice în probleme de geotehnică rutieră” se prezintă cîteva metode statistice pentru recoltarea probelor de pămînt și pentru controlul lucrărilor de terasamente. Se fac de asemenea precizări privind acuratețea rezultatelor obținute la analizele și încercările de laborator efectuate în scopul identificării și clasificării pămînturilor.

În capitolul 4 „Criterii și metode statistice pentru proiectarea, controlul și evaluarea calității mixturilor asfaltice la drumuri” pe baza unor ample studii de variabilitate a calității materialelor și lucrărilor de îmbră-

căminți asfaltice, se propun o serie de criterii pentru evaluarea omogenității și a calității acestora, criterii materializate prin tabele și diagrame uzuale. Se propun de asemenea criterii de proiectare a nivelului de calitate, pentru mixturile și îmbrăcămințile asfaltice, avîndu-se în vedere importanța drumului, gradul de dotare tehnică a formației executante, calitatea materialelor ce se preconizează a fi utilizate, posibilitățile de control etc.

Capitolul 5 cuprinde „Criterii și metode statistice pentru controlul și evaluarea calității betoanelor de ciment și a materialelor rutiere stabilizate cu lianți”.

În capitolul 6 „Criterii și metode statistice pentru evaluarea calității și a viabilității drumurilor” se prezintă cîteva metode de apreciere a caracteristicilor de rezistență și de rulare ale îmbrăcăminților asfaltice, precum și criterii de apreciere statistică a deformabilității drumurilor.

În capitolul 7 se prezintă „Prelucrări statistice în ingineria de trafic”.

Criteriile și metodele statistico-matematice expuse în lucrare pot fi de mare ajutor specialiștilor în rezolvarea problemelor tehnice cu care se confruntă, în măsura în care ele sînt bine cunoscute și folosite în mod corespunzător. Cu toate avantajele ei, statistica matematică nu poate substitui o gîndire tehnică, corectă și clară a fenomenelor. Atunci cînd gîndim statistic și evaluăm în acest mod anumite situații, nu trebuie să pierdem din vedere faptul că în orice domeniu de activitate există o variabilitate naturală a fenomenelor și a proceselor și ca urmare, rigurozitatea științifică spre care tindem să fie concepută în această lumină.

Criteriile și metodele statistice prezentate constituie doar un început și ele trebuie aplicate cu mult discernămint și dezvoltate în continuare, ținînd seama de sfera de aplicare a acestora, în concordanță cu progresul tehnic în domeniul drumurilor, de posibilitățile pe care le pot oferi dar și de limitele lor. Ele pot să constituie un punct cert de plecare în dezvoltarea standardizării statistice rutiere.

La experimentarea și implementarea metodelor și criteriilor statistice expuse în lucrare și-au adus contribuția un mare număr de specialiști din țara noastră cărora, pe această cale, autorul le aduce mulțumiri.

Este de asemenea pentru autor cea mai distinsă împrejurare de a-și exprima recunoștința față de ing. Mihai Boicu, directorul Direcției drumurilor din M.T.Tc., și față de prof. dr. ing. Horia Zarojanu, de la Institutul politehnic Iași, pentru încurajările și sugestiile utile date la elaborarea acestei lucrări.



## Cuprins

|                                                                                             |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Cuvint înainte . . . . .                                                                    | 7         |
| <b>1. Metode matematice de analiză în tehnica rutieră . . . . .</b>                         | <b>15</b> |
| 1.1. Gîndirea statistică și tehnica rutieră modernă . . . . .                               | 15        |
| 1.2. Problemele generale ale statisticii matematice . . . . .                               | 16        |
| 1.3. Prezentarea și limitarea numărului de date experimentale . . . . .                     | 17        |
| 1.4. Legi de probabilitate . . . . .                                                        | 26        |
| 1.4.1. Legea normală de probabilitate . . . . .                                             | 27        |
| 1.4.2. Curba normală centrată redusă . . . . .                                              | 31        |
| 1.4.3. Funcția Gauss-Laplace . . . . .                                                      | 33        |
| 1.4.4. Distribuția $\chi^2$ . . . . .                                                       | 35        |
| 1.4.5. Distribuția Student . . . . .                                                        | 37        |
| 1.4.6. Distribuția $F$ . . . . .                                                            | 38        |
| 1.4.7. Distribuția binomială . . . . .                                                      | 40        |
| 1.5. Trecerea de la eșantion la populație. Estimarea statistică . . . . .                   | 42        |
| 1.6. Analiza dispersională cu aplicații la drumuri . . . . .                                | 46        |
| 1.6.1. Analiza dispersională monofactorială . . . . .                                       | 46        |
| 1.6.2. Analiza dispersională bifactorială . . . . .                                         | 48        |
| 1.6.3. Analiza dispersională polifactorială . . . . .                                       | 48        |
| 1.7. Analiza de regresie cu aplicații la drumuri . . . . .                                  | 49        |
| 1.7.1. Regresia liniară simplă . . . . .                                                    | 49        |
| 1.7.1.1. Stabilirea ecuației drepte de regresie . . . . .                                   | 51        |
| 1.7.1.2. Limitele de variație a valorilor calculate conform<br>drepte de regresie . . . . . | 52        |
| 1.7.1.3. Verificarea liniarității funcției de regresie . . . . .                            | 52        |
| 1.7.1.4. Coeficientul de corelație și coeficientul de determinare . . . . .                 | 53        |
| 1.7.1.5. Testarea coeficientului de corelație . . . . .                                     | 53        |
| 1.7.2. Regresia liniară multiplă . . . . .                                                  | 57        |
| 1.7.3. Regresia neliniară . . . . .                                                         | 61        |

|                                                                                                                                                 |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2. Precizia măsurării și semnificația încercărilor de stare și de comportare la drumuri</b>                                                  | <b>65</b> |
| 2.1. Interpretarea rezultatelor măsurărilor                                                                                                     | 65        |
| 2.2. Greșeli de măsurare. Erori sistematice și accidentale                                                                                      | 66        |
| 2.3. Supravegherea statistică a activității laboratoarelor rutiere                                                                              | 67        |
| 2.3.1. Depistarea erorilor sistematice                                                                                                          | 67        |
| 2.3.2. Prezentarea rezultatelor măsurărilor                                                                                                     | 70        |
| 2.4. Semnificația încercărilor de stare și de comportare la drumuri                                                                             | 70        |
| 2.4.1. Analiza și interpretarea statistică a rezultatelor unor încercări între laboratoare                                                      | 71        |
| 2.4.2. Criterii statistice AASHTO de apreciere a acceptabilității rezultatelor de laborator                                                     | 77        |
| <b>3. Aplicații ale metodelor statistice în probleme de geotehnică rutieră</b>                                                                  | <b>85</b> |
| 3.1. Studiul variabilității pământurilor                                                                                                        | 85        |
| 3.2. Recoltarea probelor de pământ prin metode statistice                                                                                       | 86        |
| 3.3. Mărirea probelor. Eliminarea valorilor aberante                                                                                            | 89        |
| 3.4. Precizia și acuratețea încercărilor de rutină pentru clasificarea pământurilor                                                             | 90        |
| 3.5. Controlul calității lucrărilor de terasamente                                                                                              | 93        |
| <b>4. Criterii și metode statistice pentru proiectarea, controlul și evaluarea calității mixturilor asfaltice</b>                               | <b>99</b> |
| 4.1. Studiul variabilității mixturilor asfaltice                                                                                                | 99        |
| 4.1.1. Variabilitatea caracteristicilor de dozaj                                                                                                | 99        |
| 4.1.1.1. Criterii pentru aprecierea omogenității dozajului de bitum                                                                             | 101       |
| 4.1.1.2. Criterii pentru aprecierea omogenității dozajului de filer                                                                             | 104       |
| 4.1.1.3. Criterii pentru aprecierea omogenității dozajului de agregat                                                                           | 105       |
| 4.1.2. Variabilitatea caracteristicilor fizico-mecanice ale mixturilor asfaltice                                                                | 107       |
| 4.1.2.1. Omogenitatea mixturilor asfaltice din punctul de vedere al stabilității mecanice                                                       | 109       |
| 4.1.2.2. Omogenitatea mixturilor asfaltice din punctul de vedere al densității aparente                                                         | 110       |
| 4.1.2.3. Omogenitatea mixturilor asfaltice din punctul de vedere al absorbției de apă                                                           | 110       |
| 4.2. Criterii statistice pentru proiectarea, controlul și evaluarea calității mixturilor asfaltice                                              | 110       |
| 4.2.1. Criterii generale pentru proiectarea nivelului de calitate la mixturile asfaltice                                                        | 111       |
| 4.2.1.1. Studiul variabilității caracteristicilor tehnice ale materialelor rutiere utilizate la fabricarea mixturilor asfaltice                 | 111       |
| 4.2.1.2. Criterii de proiectare a nivelului de calitate pentru mixturile asfaltice                                                              | 113       |
| 4.2.2. Analiza statistică a procesului tehnologic de fabricare a mixturilor asfaltice premergătoare introducerii metodelor de control statistic | 114       |
| 4.2.2.1. Necesitatea efectuării unor analize premergătoare introducerii metodelor de control statistic                                          | 114       |

|                                                                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2.2.2. Verificarea stabilității statice a procesului tehnologic                                                                                    | 115 |
| 4.2.2.3. Verificarea stabilității dinamice a procesului tehnologic                                                                                   | 115 |
| 4.2.3. Criterii de evaluare a nivelului de calitate al mixturilor asfaltice                                                                          | 117 |
| 4.2.3.1. Ipoteze de bază pentru aplicarea criteriilor                                                                                                | 117 |
| 4.2.3.2. Criterii pentru evaluarea nivelului de calitate al mixturilor asfaltice                                                                     | 118 |
| <b>5. Criterii și metode statistice pentru controlul și evaluarea calității betoanelor de ciment și a materialelor rutiere stabilizate cu lianți</b> | 121 |
| 5.1. Controlul statistic al calității betoanelor de ciment                                                                                           | 121 |
| 5.1.1. Metode statistice pentru controlul fabricării betoanelor de ciment                                                                            | 121 |
| 5.1.2. Verificarea realizării mărcii betonului                                                                                                       | 123 |
| 5.1.3. Aplicații ale metodelor statistice la lucrările de betoane de ciment                                                                          | 125 |
| 5.2. Controlul calității straturilor rutiere realizate din pământuri și agregate stabilizate cu lianți                                               | 127 |
| <b>6. Criterii și metode statistice pentru evaluarea calității și a viabilității drumurilor</b>                                                      | 130 |
| 6.1. Criterii statistice pentru evaluarea calității îmbrăcăminților de drumuri                                                                       | 130 |
| 6.1.1. Omogenitatea caracteristicilor fizico-mecanice                                                                                                | 130 |
| 6.1.2. Omogenitatea caracteristicilor de rulare ale îmbrăcăminților de drumuri                                                                       | 131 |
| 6.1.2.1. Criterii statistice pentru aprecierea planeității suprafețelor de rulare ale drumurilor                                                     | 132 |
| 6.1.2.2. Criterii statistice pentru aprecierea rugozității suprafețelor de rulare ale drumurilor                                                     | 135 |
| 6.1.2.3. Criterii pentru aprecierea confortului acustic al suprafețelor de rulare la drumuri                                                         | 137 |
| 6.1.2.4. Criterii tehnice pentru aprecierea confortului optic la drumuri                                                                             | 138 |
| 6.2. Criterii și metode statistice pentru aprecierea calității straturilor de bază și a straturilor de fundație la drumuri                           | 139 |
| 6.3. Criterii și metode statistice pentru aprecierea deformabilității drumurilor                                                                     | 140 |
| 6.3.1. Măsurarea deformabilității drumurilor                                                                                                         | 140 |
| 6.3.2. Criterii pentru estimarea portanței drumurilor pe baze statistice                                                                             | 142 |
| 6.4. Posibilități de estimare a viabilității drumurilor                                                                                              | 143 |
| <b>7. Prelucrări statistice în ingineria de trafic</b>                                                                                               | 145 |
| 7.1. Aranjarea și limitarea numărului de date de trafic                                                                                              | 145 |
| 7.2. Precizia culegerii datelor de trafic                                                                                                            | 147 |
| 7.2.1. Determinarea erorii probabile                                                                                                                 | 147 |
| 7.2.2. Semnificația diferențelor în analizele de trafic                                                                                              | 150 |
| 7.2.3. Semnificația diferenței dintre procente                                                                                                       | 151 |
| <b>Anexe</b>                                                                                                                                         | 152 |
| <b>Bibliografie</b>                                                                                                                                  | 210 |



# 1. Metode matematice de analiză în tehnica rutieră



## 1.1. Gîndirea statistică și tehnica rutieră modernă

Datorită faptului că permite oamenilor de știință să explice fenomenele de masă, pe baza unui număr relativ redus de observații, plecînd de la particular la general, statistica matematică a devenit un instrument indispensabil în studiul legităților ce acționează în natură și societate.

La drumuri, unde în orice moment specialistul se consultă cu o avalanșă de date și informații, multe dintre ele aparținînd și altor domenii tehnice, analiza de la particular la general și estimarea exactă a situațiilor existente, utilizînd ca instrument statistica matematică, constituie premisele de bază pentru luarea unor decizii corecte și operative. În atelierele de proiectare, în laboratoarele de cercetare sau de șantier, în administrația drumurilor, statistica matematică cîștigă tot mai mult teren, fiind utilizată azi de toți cei care participă la procesul de producție.

Diversitatea materialelor noi, care pătrund în sectorul rutier, multitudinea sectoarelor experimentale, realizate direct pe rețeaua rutieră și actualul program de construcție de autostrăzi, care stă în fața constructorilor de drumuri din România implică tot mai mult aprofundarea și utilizarea metodelor și tehnicilor statisticii matematice.

## 1.2. Problemele generale ale statisticii matematice

În natură și în societate fenomenele sînt prea variate, prea numeroase și prea vaste pentru a ne permite efectuarea unor observații complete. În domeniul restrîns al drumurilor, nu se poate verifica dozajul de bitum la fiecare șarjă de mixtură asfaltică fabricată sau densitatea materialului pe fiecare metru pătrat de îmbrăcăminte rutieră, pentru motivul că aceasta ar conduce, pe de o parte, la un volum uriaș de lucrări de laborator, iar pe de altă parte, recoltarea unui număr prea mare de probe din lucrare, mai ales în cazul utilizării metodelor de control distructive, ar dăuna însăși lucrării respective.

Din aceste motive, în activitatea practică trebuie să ne mulțumim cu un număr redus de probe. Măsurătorile sau determinările care se fac într-un anumit experiment constituie o selecție a mulțimii infinite de măsurători sau determinări care ar rezulta dacă s-ar repeta la infinit aceeași experiență. Această mulțime infinită de măsurători sau determinări poartă numele de populație.

O selecție este interesantă în măsura în care este capabilă să ne spună ceva despre populația din care provine. Lucrînd cu selecții, statistica matematică își propune [48] să rezolve următoarele probleme :

- cum trebuie aleasă o selecție pentru a fi reprezentativă ;
- ce aprecieri se pot face asupra populației din care s-a extras selecția ;
- care este gradul de încredere în aprecierile astfel făcute.

În general, se consideră că cea mai bună metodă de selecție este cea întîmplătoare, alegerea făcîndu-se astfel pe criterii pur probabliste, fiind excluse influențele subiective.

Pentru a face unele aprecieri asupra populației din care a fost extrasă selecția, se procedează la gruparea datelor obținute și la calcularea unor indicatori statistici, cum sînt valoarea medie, abaterea standard, coeficientul de variație, coeficientul de omogenitate etc. Pe baza acestor indicatori se deduc legile de repartiție pentru populația respectivă.

Pentru a răspunde la cea de a treia problemă, statistica matematică apelează la teoria estimării statistice și la coeficienții de încredere sau siguranță.

### 1.3. Prezentarea și limitarea numărului de date experimentale

Datele statistice experimentale pot fi prezentate prin tabele, grafice sau prin ecuații.

Tabelul este o formă sistematizată de prezentare a datelor; cum orice măsurare sau determinare implică de obicei cel puțin două variabile, într-un tabel aceste variabile sînt exprimate prin însuși modul de aranjare a valorilor respective într-o schemă ordonată.

Prin reprezentare grafică, semnificația datelor experimentale este mai ușor de înțeles, graficul avînd spre deosebire de tabel o valoare sugestivă mai mare. Valorile numerice pot fi reprezentate grafic prin lungimea unei linii, prin aria unei suprafețe sau prin mărimea unui unghi. Reprezentarea grafică a datelor experimentale permite uneori aflarea operativă a unor valori, a căror calculare este laborioasă.

Pentru exprimarea relațiilor ce există între variabilele indicate în grafice sau în tabele, se pot folosi ecuații raționale sau ecuații empirice, deduse plecînd de la datele experimentale. Obținerea unei relații care să fie adecvată unor date experimentale se face [42] prin marcarea acestora pe un grafic, unirea punctelor obținute și continuînd cu asimilarea curbei rezultate cu forma unei curbe teoretice cunoscute.

Dacă s-ar păstra în timpul operațiilor statistice întreaga cantitate de date, chiar dacă acestea vor fi aranjate într-o anumită ordine, ar apărea dificultăți de calcul și de interpretare. Pentru a evita aceste dificultăți se apelează la procedeul statistic numit „limitarea datelor”, prin care datele experimentale se reduc la un număr limitat de parametri [11, 13, 40], calculați pe baza unor operații matematice. Se disting următoarele categorii de parametri:

- parametri de poziție;
- parametri de variabilitate;
- parametri de formă ai distribuției studiate.

Dintre parametrii de poziție cunoscuți, cei mai utilizați sînt modul  $M_0$  și media aritmetică  $\bar{x}$ .

Modul este valoarea din serie care are frecvența cea mai mare, înțelegînd prin frecvență gradul de repetare a unor valori. Modul este un indicator ușor de recunoscut absolut insensibil la valorile extreme cu frecvență mică. El este foarte sensibil și dependent de micile modificări ce se produc în zona centrală a șirului. Modul nu poate indica caracterul eterogen al unei lucrări și este nesemnificativ în cazul șirurilor mici.



Media aritmetică este valoarea cea mai probabilă într-o serie de măsurători afectată de erori și este concludentă numai în cazul unor populații statistice calitativ omogene.

Valoarea medie a unui șir de date este definită [43] ca suma tuturor valorilor observate împărțită la numărul lor și se calculează cu relația

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1.1)$$

unde :  $\bar{x}$  este valoarea medie a șirului de date ;

$x_i$  — o valoare individuală a șirului ;

$n$  — numărul datelor (valorilor) șirului.

În cazul în care valorile observate sînt grupate în ordine crescătoare, indicîndu-se și frecvența lor, valoarea medie a șirului de date este :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{f} \quad (1.2)$$

unde :  $\bar{x}$  este valoarea medie a șirului ;

$x_i$  — o valoare individuală a șirului, căreia îi corespunde o frecvență  $f_i$  ;

$n$  — numărul valorilor individuale ale șirului ;

$f$  — numărul frecvențelor.

În tabelul 1.1 se evidențiază calculul valorii medii pentru un șir de date obținute la analiza dozajului de bitum într-o mixtură asfaltică, folosind relația (1.2).

**Tabelul 1.1. Calculul valorii medii a unui șir de date obținute la determinarea dozajului de bitum dintr-o mixtură asfaltică**

| Dozajul de bitum<br>obținut<br>$B_i, \%$ | Frecvența<br>$f_i, \%$ | $B_i \cdot f_i$ | Valoarea medie<br>$\bar{B}$ |
|------------------------------------------|------------------------|-----------------|-----------------------------|
| 7,8                                      | 1                      | 7,8             |                             |
| 7,9                                      | 1                      | 7,9             |                             |
| 8,1                                      | 4                      | 32,4            |                             |
| 8,2                                      | 3                      | 24,6            |                             |
| 8,3                                      | 1                      | 8,3             |                             |
| $\Sigma$                                 | 10                     | 81,0            | 8,1                         |

Pentru același șir de date se constată că modul șirului are valoarea  $M_0 = 8,1$ , fiind rezultatul din serie care are frecvența cea mai mare ( $f_1 = 4$ ), așa cum rezultă din tabelul 1.1.

Atunci când populațiile studiate nu mai sînt calitativ omogene, se recurge la parametrii de variabilitate. O primă idee despre variabilitatea unui șir o dă simpla diferență între valorile extreme ale acestuia, diferență care poartă numele de amplitudine. Deoarece valorile extreme sînt adeseori întîmplătoare, acest indicator nu este prea concludent și de aceea se folosește mai rar în practică.

Mai interesantă decît amplitudinea este abaterea centrală a unui șir, care se definește ca diferența dintre valoarea observată și media aritmetică a șirului. Într-un șir, suma abaterilor centrale este nulă și din această cauză ea nu poate indica nimic cu privire la variabilitatea șirului. Mai interesantă decît aceasta este suma pătratelor abaterilor centrale, care este întotdeauna pozitivă și diferită de zero. Această sumă servește la calcularea dispersiei, un parametru foarte important, definit ca fiind media aritmetică a pătratelor abaterilor centrale ale unui șir și care se calculează cu relația

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n} \quad (1.3)$$

unde :  $D$  este dispersia sau varianța șirului de date ;

$\bar{x}$  — valoarea medie a șirului de date ;

$x_i$  — valoarea individuală  $i$  a șirului de date ;

$n$  — numărul valorilor șirului de date.

În practică, se utilizează frecvent rădăcina pătratică a dispersiei, numită abatere medie pătratică sau abatere standard și care se calculează cu relația

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n}} \quad (1.4)$$

unde :  $\sigma$  este abaterea standard a șirului ;

$\bar{x}$  — valoarea medie a șirului ;

$x_i$  — valoarea individuală  $i$  a șirului ;

$n$  — numărul valorilor individuale ale șirului.

În cazul șirurilor mici, cu efective  $n \leq 30$ , pentru calculul abaterii standard, suma pătratelor abaterilor centrale se împarte la o valoare mai mică cu o unitate față de valoarea utilizată în cazul șirurilor mari. Această modificare este justificată de faptul că, în șirurile mici, aba-

terea standard calculată pe întreg efectivul riscă să fie mai mică decât cea reală, amplitudinea selecției fiind de regulă mai mică decât amplitudinea întregii populații. În asemenea situații, valoarea abaterii standard a șirului se calculează cu relația

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}} \quad (1.5)$$

unde :  $s$  este abaterea standard pentru șiruri cu efective reduse ;

$n$  — numărul valorilor individuale ale șirului ;

$\bar{x}$  — valoarea medie a șirului ;

$x_i$  — o valoare individuală,  $i$ , a șirului.

În cazul în care se cunosc frecvențele  $f_i$  ale valorilor individuale ale șirului de date, cu efective reduse, abaterea standard se calculează cu relația

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n'} f_i (\bar{x} - x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n'} f_i - 1}} \quad (1.6)$$

unde  $n'$  este totalul frecvențelor.

Abaterea standard este cel mai util și cel mai important indicator de variabilitate. Ea poate fi folosită împreună cu media aritmetică atât la caracterizarea unui șir, cât și la compararea șirurilor între ele sau cu populația din care provin.

În tabelul 1.2 se indică modul de calcul al abaterii standard pentru șirul de date evidențiat în tabelul 1.1.

Tabelul 1.2. Calculul abaterii medii pătratice pentru un șir de date statistice

| $B_i$<br>% | $f_i$<br>% | $\bar{B} - B_i$ | $(\bar{B} - B_i)^2$ | $f_i(\bar{B} - B_i)^2$ | Abaterea<br>standard<br>$s$ |
|------------|------------|-----------------|---------------------|------------------------|-----------------------------|
| 7,8        | 1          | -0,3            | 0,09                | 0,09                   |                             |
| 7,9        | 1          | -0,2            | 0,01                | 0,01                   |                             |
| 8,1        | 4          | 0,0             | 0,00                | 0,00                   |                             |
| 8,2        | 3          | +0,1            | 0,01                | 0,03                   |                             |
| 8,3        | 1          | +0,2            | 0,04                | 0,04                   |                             |
| $\Sigma$   | 10         |                 |                     | 0,20                   | 0,14                        |



Abaterea standard are o valoare concludentă dacă șirul de date studiat este distribuit simetric. În cazul distribuțiilor asimetrice, acest parametru, la fel ca și media aritmetică, își pierde sensul. În afară de aceasta, abaterea standard mai prezintă dezavantajul că poartă amprenta unității de măsură a șirului și nu poate fi folosită ca atare la compararea a două sau mai multe șiruri diferite. Din aceste motive, în practică s-a recurs la un alt parametru, numit coeficient de variație, care reprezintă o măsură a variabilității absolute a unui șir de date, și care se calculează cu relația

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \quad (1.7)$$

unde :  $C_v$  este coeficientul de variație ;

$\sigma$  — abaterea standard a șirului de date ;

$\bar{x}$  — valoarea medie a șirului de date.

În cazul șirurilor cu efective  $n \leq 30$ , în relația (1.7) valoarea  $\sigma$  se înlocuiește cu valoarea  $s$  cunoscută.

Variabilitatea absolută a unui șir constituie o indicație privind omogenitatea unei populații din care a fost extras șirul de date. De regulă, o variabilitate mare a caracteristicilor unui produs denotă o deficiență în realizarea condițiilor tehnologice ale procesului de producție.

Se poate aprecia că un coeficient de variație  $C_v \leq 10$  indică o omogenitate bună, în timp ce un coeficient de variație de peste 20% indică lipsa omogenității populației studiate.

În lucrare se propun, în fiecare capitol, coeficienți de variație estimați pe baza studiilor proprii ale autorului.

Un indicator mai complet, care exprimă omogenitatea unei populații normale, este coeficientul de omogenitate al șirului care se determină luând în considerare atât variabilitatea cât și numărul de valori ale șirului, precum și probabilitatea cu care se face aprecierea. Coeficientul de omogenitate al unui șir de date se calculează cu relația

$$C_o = 1 - \frac{l \cdot C_v}{100} \quad (1.8)$$

unde :  $C_o$  este coeficientul de omogenitate ;

$C_v$  — coeficientul de variație ;

$l$  — parametrul Student, ale cărui valori sînt date în tabelul 1.3, în funcție de numărul de valori ale șirului  $n$  și de pragul de semnificație  $\alpha$  cu care se face aprecierea omogenității.

Tabelul 1.3. Valorile critice ale distribuției parametrului  $t$  (Student)

| $\alpha$<br>$v = n - 1$ | 0,200 | 0,100 | 0,050  | 0,025  | 0,010  | 0,005   | 0,001  |
|-------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|--------|
| 1                       | 3,078 | 6,311 | 12,706 | 25,452 | 63,657 | 127,320 | —      |
| 2                       | 1,886 | 2,920 | 4,303  | 6,205  | 9,925  | 11,089  | 31,598 |
| 3                       | 1,638 | 2,853 | 3,182  | 4,176  | 5,841  | 7,453   | 1,911  |
| 4                       | 1,538 | 2,132 | 2,776  | 3,195  | 4,604  | 5,598   | 8,610  |
| 5                       | 1,476 | 2,015 | 2,571  | 3,163  | 4,032  | 4,773   | 6,859  |
| 6                       | 1,410 | 1,942 | 2,447  | 2,969  | 3,707  | 4,317   | 5,959  |
| 7                       | 1,415 | 1,895 | 2,365  | 2,841  | 3,499  | 4,029   | 5,405  |
| 8                       | 1,397 | 1,860 | 2,306  | 2,752  | 3,355  | 3,832   | 5,041  |
| 9                       | 1,383 | 1,833 | 2,262  | 2,685  | 3,250  | 3,690   | 4,781  |
| 10                      | 1,372 | 1,812 | 2,228  | 2,634  | 3,169  | 3,581   | 4,587  |
| 11                      | 1,363 | 1,796 | 2,201  | 2,593  | 3,106  | 3,497   | 4,437  |
| 12                      | 1,356 | 1,782 | 2,179  | 2,560  | 3,055  | 3,428   | 4,318  |
| 13                      | 1,350 | 1,771 | 2,160  | 2,533  | 3,012  | 3,372   | 4,221  |
| 14                      | 1,345 | 1,761 | 2,145  | 2,510  | 2,977  | 3,326   | 4,140  |
| 15                      | 1,341 | 1,753 | 2,131  | 2,490  | 2,947  | 3,286   | 4,073  |
| 16                      | 1,337 | 1,746 | 2,120  | 2,473  | 2,921  | 3,252   | 4,015  |
| 17                      | 1,333 | 1,740 | 2,110  | 2,458  | 2,888  | 3,222   | 3,965  |
| 18                      | 1,330 | 1,734 | 2,101  | 2,445  | 2,878  | 3,197   | 3,922  |
| 19                      | 1,328 | 1,729 | 2,093  | 2,433  | 2,861  | 3,174   | 3,883  |
| 20                      | 1,325 | 1,725 | 2,086  | 2,423  | 2,845  | 3,153   | 3,850  |
| 21                      | 1,323 | 1,721 | 2,080  | 2,414  | 2,831  | 3,135   | 3,819  |
| 22                      | 1,321 | 1,717 | 2,074  | 2,406  | 2,819  | 3,119   | 3,792  |
| 23                      | 1,319 | 1,714 | 2,069  | 2,398  | 2,807  | 3,104   | 3,767  |
| 24                      | 1,318 | 1,711 | 2,064  | 2,391  | 2,797  | 3,090   | 3,745  |
| 25                      | 1,316 | 1,708 | 2,060  | 2,385  | 2,787  | 3,078   | 3,725  |
| 30                      | 1,310 | 1,697 | 2,042  | 2,360  | 2,750  | 3,030   | 3,646  |
| 40                      | 1,303 | 1,684 | 2,021  | 2,329  | 2,704  | 2,971   | 3,551  |
| 60                      | 1,296 | 1,671 | 2,000  | 2,299  | 2,660  | 2,915   | 3,460  |
| 120                     | 1,289 | 1,658 | 1,980  | 2,270  | 2,617  | 2,860   | 3,373  |

Din relația (1.8) se constată că pentru o variabilitate nulă, coeficientul de omogenitate este egal cu unitatea, acesta fiind caz ideal al unui șir complet omogen. Cu cât valoarea coeficientului de omogenitate este mai apropiată de unitate, cu atât se poate afirma că omogenitatea este mai bună.

**Exemplul de calcul 1.1.** Pentru șirul de valori obținut la determinarea dozajului de bitum dintr-o mixtură asfaltică, având efectivul  $n = 5$ , rezultă în urma reducerii datelor următorii indicatori statistici:

- valoarea medie a șirului,  $\bar{B} = 8,1\%$ ;
- abaterea standard  $s = 0,2\%$ .

Se cere să se determine:

- a) valoarea coeficientului de variație  $C_v$ ;

b) valoarea coeficientului de omogenitate  $C_o$  pentru probabilitatea  $P = 95\%$ .

Calculul coeficientului de variație se face utilizând relația (1.7), în care abaterea standard  $\sigma$  se înlocuiește cu abaterea standard  $s$ , caracteristică unui șir cu un efectiv de date mai mic decât 30

$$C_v = \frac{0,2}{8,1} \cdot 100 = 2,47.$$

Pentru calculul coeficientului de omogenitate  $C_o$  se caută în tabelul 1.3 valoarea parametrului  $t$ , corespunzătoare unui nivel de încredere  $P = 95\%$  (pragul de semnificație  $\alpha = 0,050$ ) și pentru numărul de grade de libertate  $\nu = 5 - 1 = 4$ . Se obține valoarea  $t = 2,776$ .

Înlocuind în relația (1.8) valorile cunoscute rezultă

$$C_o = 1 - \frac{2,776 \cdot 2,47}{100} = 0,932.$$

Valoarea coeficientului de omogenitate obținut, fiind apropiată de unitate, indică o omogenitate foarte bună a șirului și evident a populației din care a fost extras șirul.

Caracterizarea tendinței centrale prin parametrii de poziție și caracterizarea variabilității prin parametrii de variabilitate nu satisface întotdeauna din punct de vedere teoretic și practic. Există încă două calități ale formei distribuțiilor, și anume asimetria și aplatizarea care se determină prin teste statistice.

Excesul și asimetria unei distribuții se definesc prin momentele distribuției. Se numește moment de ordinul  $p$  în raport cu o valoare  $x_0$ , media aritmetică a puterilor  $p$  ale abaterilor valorilor unui șir față de  $x_0$ . Notînd cu  $n_i$  efectivele diferitelor valori  $x$  ale șirului și cu  $n$  efectivul studiat, se scrie relația

$$x_0^{m_p} = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - x_0)^p \quad (1.9)$$

unde  $p$  este ordinul momentului, iar  $x_i$  este o valoare individuală a șirului. Ca valoare de referință  $x_0$  se alege fie originea măsurărilor  $O$ , fie valoarea medie a șirului,  $\bar{x}$ .

Momentul calculat în raport cu media aritmetică se numește moment centrat și se notează, de regulă,  $M$ . Momentul centrat de ordinul  $p$  se notează  $M_p$ .



Momentul calculat în raport cu originea măsurătorilor se numește moment inițial și se notează  $m_0$ . Se demonstrează [11, 17, 40, 42] ca între momentele centrate și momentele inițiale există relațiile :

$$M_0 = m_0 = 1 \quad (1.10)$$

$$M_1 = 0 \quad (1.11)$$

$$M_2 = m_2 - m_1^2 \quad (1.12)$$

$$M_3 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3 \quad (1.13)$$

$$M_4 = 4m_3m_1 + 6m_2m_1 - 2m_1^4. \quad (1.14)$$

Aceste relații se utilizează la calculul momentelor centrate de ordinul 3 și 4 pentru caracterizarea formei distribuției șirului statistic.

Pentru a ușura compararea șirurilor statistice între ele, s-a recurs la definirea unui moment care nu este legat de unitatea de măsură a fiecărui șir, acesta reprezentând o valoare abstractă.

Acest moment de ordinul  $p$  este definit prin raportul dintre momentul centrat de ordinul  $p$ ,  $M_p$ , și puterea  $p$  a abaterii standard, prin relația

$$\mu_p = \frac{M_p}{\sigma_p}. \quad (1.15)$$

Ca și abaterea standard, momentele de ordin par constituie o măsură a împrăstierii valorilor, dar spre deosebire de aceasta ele scot în evidență mai mult abaterile extreme. Ca o consecință a acestui fapt, momentele de ordin par sînt folosite la aprecierea boltirii unei curbe de distribuție, termenul de comparație fiind boltirea curbei normale.

Boltirea se măsoară prin așa-numitul exces  $E$ , definit ca diferența dintre momentul de ordinul 4 al distribuției reale și momentul de ordinul 4 al distribuției normale teoretice. Pentru o distribuție normală, momentul de ordinul 4 este  $\mu_4^{Gauss} = 3$ , deci excesul va fi definit de relația

$$E = \mu_4^{real} - 3. \quad (1.16)$$

Dacă excesul este pozitiv ( $E > 0$ ), rezultă  $\mu_4^{real} > 3$ , iar curba va fi mai înaltă decît curba normală, șirul de valori purtînd denumirea de șir leptokurtic (fig. 1.1).

Dacă excesul este negativ ( $E < 0$ ), rezultă  $\mu_4^{real} < 3$ , curba de distribuție va fi mai joasă decît curba normală, iar șirul de valori se va numi platikurtic.

Ca măsură a asimetriei unui șir pot fi luate momentele centrate de ordin impar.

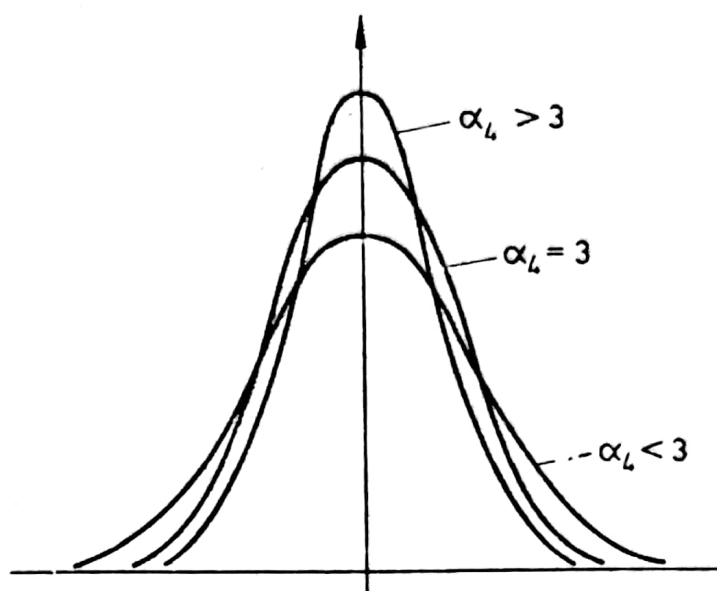


Fig. 1.1. Boltirea curbelor de distribuție în raport cu curba normală ( $\alpha_4=3$ ).

Într-un șir de valori perfect simetrice cele două grupe de valori, pozitive și negative, se compensează și astfel momentele de ordin impar sînt nule. În șirurile asimetrice predomină fie valorile pozitive, fie cele negative. Drept coeficient de asimetrie se folosește momentul centrat de ordinul 3,  $\mu_3$ , iar ca termen de comparație se ia momentul centrat de ordinul 3,  $\mu_3^{Gauss}$ , care pentru o distribuție normală este nul. Cu cît valoarea  $\mu_3$  a șirului este mai apropiată de valoarea  $\mu_3^{Gauss}$ , cu atît se poate spune că există o simetrie mai bună.

După clasarea rezultatelor în ordine crescătoare sau pe intervale, se verifică întotdeauna [30, 33, 37] includerea rezultatelor extreme în șirul obținut. În cazul în care se verifică un singur rezultat, care prezintă valori sensibil diferite de grupul celorlalte, acesta va fi acceptat în faza de prelucrare, dacă este îndeplinită condiția

$$\Delta \leq 0,7\Delta_{n-1} \quad (1.17)$$

unde:  $\Delta$  este diferența dintre valoarea acestuia și media tuturor rezultatelor;

$\Delta_{n-1}$  — diferența dintre valorile extreme ale șirului de rezultate, fără a lua în considerare pe cel analizat.

În cazul în care se verifică două rezultate extreme care prezintă valori sensibil diferite de grupul celorlalte, acestea vor fi acceptate în faza de prelucrare, dacă este îndeplinită condiția

$$\Delta_1, \Delta_2 \leq 0,7\Delta_{n-2}. \quad (1.18)$$

Această condiție se aplică separat pentru fiecare dintre cele două rezultate extreme,  $\Delta_{n-2}$  fiind diferența dintre valorile extreme ale șirului de rezultate, fără a se lua în considerare cele două rezultate în cauză. Nu se admite analizarea în vederea acceptării a mai mult de două rezultate. Există și alte criterii [45, 46, 47] de eliminare a valorilor necorespunzătoare (Chouvenet, Romanovski, Irwin).

## 1.4. Legi de probabilitate

Analizînd o serie de fenomene întîmplătoare se constată aproape întotdeauna o oarecare regularitate în producerea lor, această regularitate purtînd denumirea de stabilitate statistică sau probabilitate. Teoria probabilităților are drept scop crearea unui model matematic, care să corespundă fenomenelor reale și să fie folosit în studierea acestora. Cunoscînd cauzele care declanșează anumite evenimente, precum și legile după care se produc, această teorie permite să se calculeze probabilitatea ca aceste evenimente să se realizeze sau nu.

În scopul definirii noțiunilor fundamentale de calcul al probabilității, se admite că toate împrejurările în care se poate realiza un eveniment întîmplător sînt egal posibile, deși în realitate nu întotdeauna se întîmplă astfel. Se presupune că se analizează un eveniment care poate conduce la  $N$  evenimente diferite, egal probabile, și că numărul de apariții favorabile este  $n$ . În aceste condiții se numește probabilitate matematică a unui eveniment favorabil  $E$ , raportul dintre numărul de cazuri  $n$  favorabile producerii aceluia eveniment și numărul total al cazurilor egal posibil  $N$ . Probabilitatea astfel definită se calculează cu relația

$$P = \frac{n}{N}. \quad (1.19)$$

Legea de repartiție a unei distribuții poate fi stabilită practic repetînd de un număr foarte mare de ori, în aceleași condiții, determinarea unei anumite mărimi (de exemplu, determinarea dozajului de bitum dintr-un număr foarte mare de probe recoltate din aceeași șarjă de mixtură asfaltică).

Considerînd numărul  $f$  de rezultate ce cad într-un anumit interval și numărul total al determinărilor efectuate  $n$ , frecvența relativă de a cădea în intervalul considerat se definește prin raportul

$$f_r = \frac{f}{n}. \quad (1.20)$$



În practică, se constată că variația acestor mărimi are o oarecare regularitate, unele valori apărind mai des decât altele. Se constată că fiecare variabilă aleatoare de acest gen are un anumit grad de apariție, deci o anumită probabilitate de apariție. Așadar, aceste variabile se repartizează potrivit probabilităților lor după o lege de repartiție numită și lege de probabilitate.

### 1.4.1. Legea normală de probabilitate

Legea normală de distribuție a variabilei aleatoare se exprimă prin funcția de frecvențe,  $f(x)$ , definită cu relația

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (1.21)$$

în care parametrii de distribuție sînt valoarea medie  $\bar{x}$  și abaterea standard  $\sigma$ , așa cum se arată în fig. 1.2.

Valoarea maximă a funcției de frecvențe  $f(x)$  se obține pentru  $x = \bar{x}$  și în acest caz, relația (1.21) devine

$$f^{max}(\bar{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \approx \frac{0,4}{\sigma}. \quad (1.22)$$

Această relație poate fi folosită pentru calculul ordonatei maxime, în scopul reprezentării grafice a curbei, iar pentru restul ordonatelor se pot utiliza valorile din tabelul 1.4.

**Tabelul 1.4. Valorile ordonatelor în funcție de mărimea absciselor, pentru trasarea funcțiilor de frecvență  $f(x)$**

| Abscisa $x$  | $\pm 0$   | $\pm 0,5$             | $\pm 1,0$             | $\pm 1,5$               | $\pm 2,0$             | $\pm 3,0$             |
|--------------|-----------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Ordonata $y$ | $y_{max}$ | $\frac{7}{8} y_{max}$ | $\frac{5}{8} y_{max}$ | $\frac{2,5}{8} y_{max}$ | $\frac{1}{8} y_{max}$ | $\frac{1}{8} y_{max}$ |

Curba are ca asimptotă axa absciselor, iar punctele de inflexiune ale curbei se găsesc la o distanță egală cu  $\sigma$  de o parte și de alta a verticalei ce trece prin  $\bar{x}$ . Cu cît abaterea standard  $\sigma$  este mai mare, cu atît curba normală este mai plată. Acest lucru se poate pune în evidență cu considerarea abaterilor  $\sigma = 1$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\sigma = 3$ , reprezentînd grafic curbele respective (fig. 1.3).

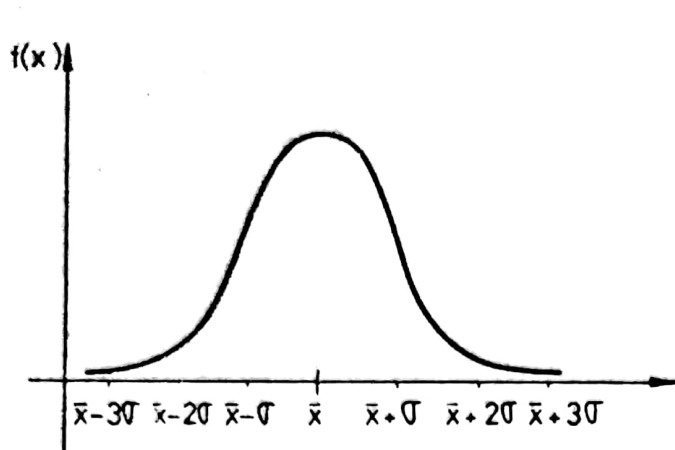


Fig. 1.2. Funcția de frecvențe a variabilei  $x$ .

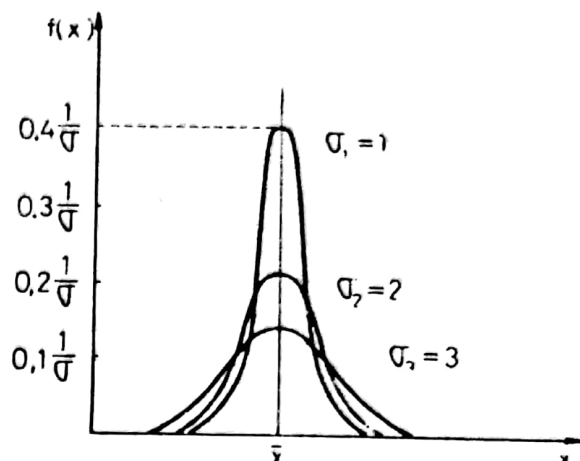


Fig. 1.3. Curba normală pentru diferite valori  $\sigma$ .

Funcția de distribuție normală se exprimă prin relația

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \quad (1.23)$$

În cele ce urmează, se ilustrează intuitiv modul cum rezultă funcția integrală  $F(x)$  dintr-o funcție de frecvențe  $f(x)$ , folosind datele obținute la analiza dozajului de bitum dintr-o mixtură asfaltică din tabelul 1.5.

Tabelul 1.5. Evidența rezultatelor obținute la analiza a 15 probe de mixtură și calculul frecvențelor simple, cumulate și al frecvențelor relative

| $B_i, \%$ | $f_i$ | $f_r = \frac{f_i}{n}$ | $f_i$ (cumulate) | $f_r$ (cumulate) | $f_r$ (cumulate) % |
|-----------|-------|-----------------------|------------------|------------------|--------------------|
| 7,8       | 2     | 0,13                  | 2                | 0,13             | 13                 |
| 7,9       | 3     | 0,20                  | 5                | 0,33             | 33                 |
| 8,0       | 5     | 0,33                  | 10               | 0,66             | 66                 |
| 8,1       | 3     | 0,20                  | 13               | 0,86             | 86                 |
| 8,2       | 1     | 0,007                 | 14               | 0,93             | 93                 |
| 8,3       | 1     | 0,007                 | 15               | 1,00             | 100                |
| $\Sigma$  | 15    | 1,000                 | —                | —                | —                  |

În același tabel sînt calculate frecvențele  $f_i$ , frecvențele cumulate  $f_i$  și frecvențele relative  $f_r$  simple și cumulate. Reprezentarea grafică a curbei de frecvență este dată în fig. 1.4.

În fig. 1.5 este reprezentată curba frecvențelor cumulate rezultată din însumarea succesivă a efectivelor valorilor egale.

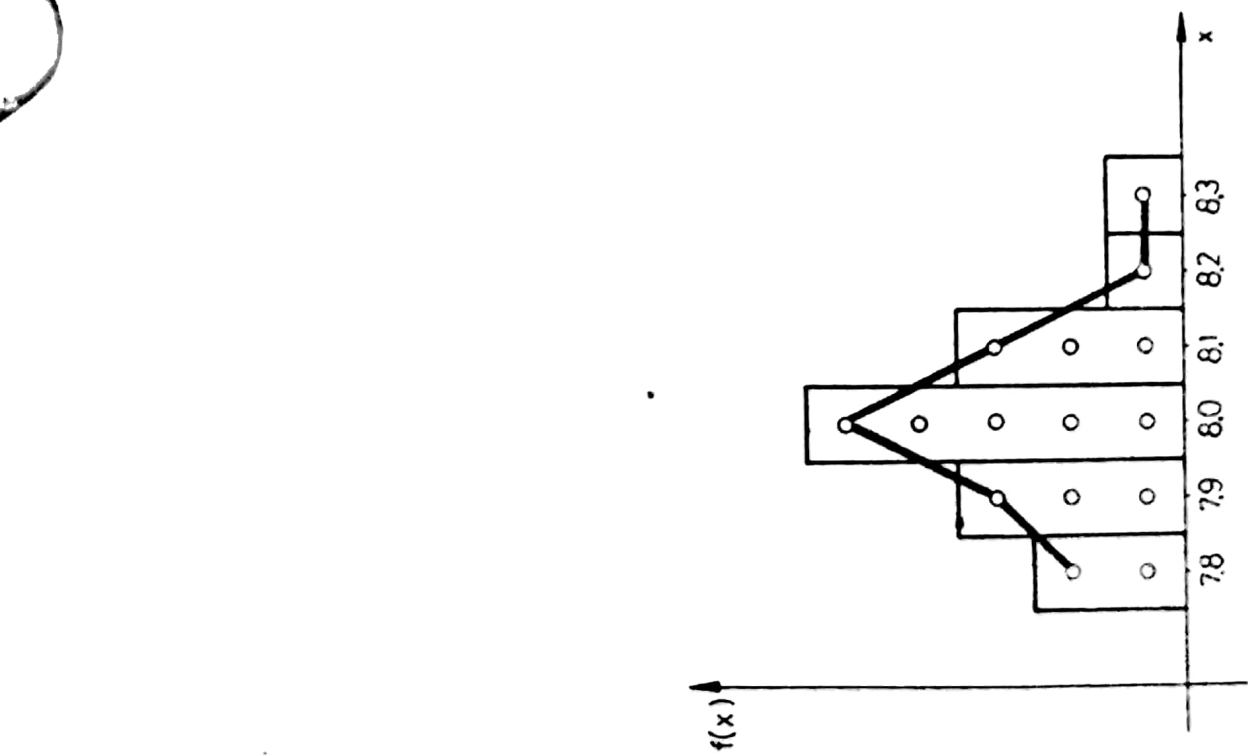


Fig. 1.4. Curba frecvențelor simple.

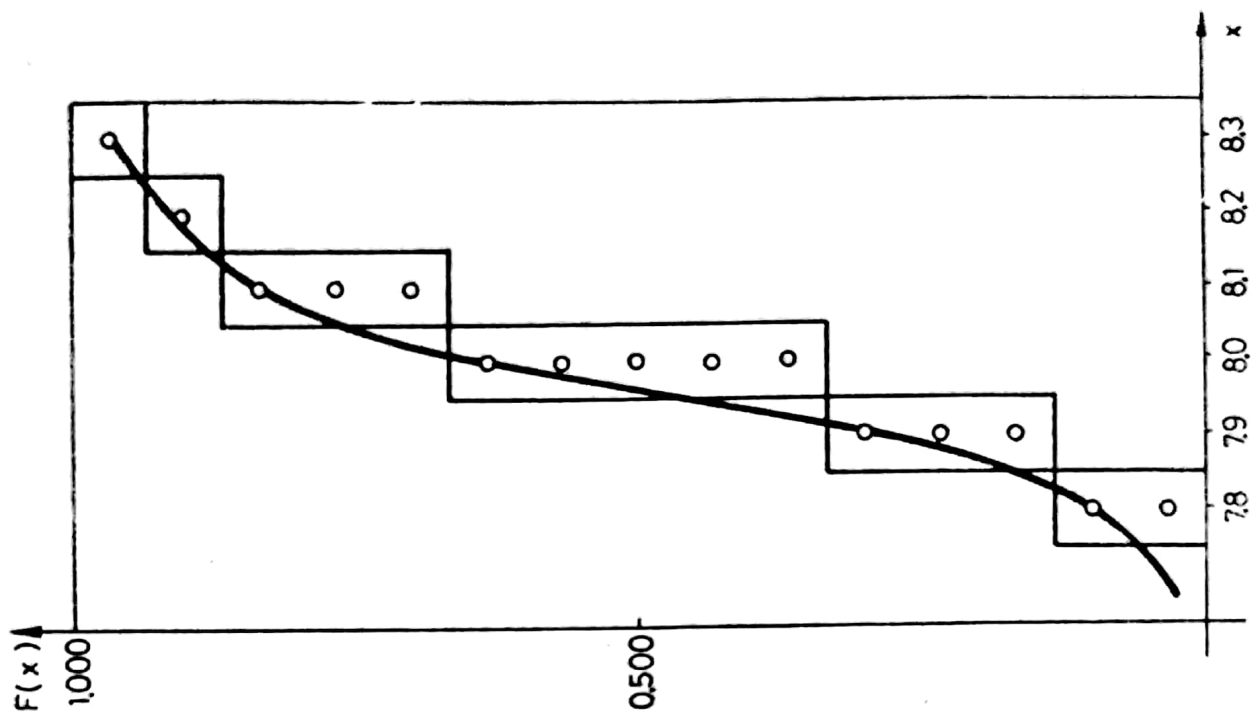


Fig. 1.5. Curba frecvențelor cumulate.



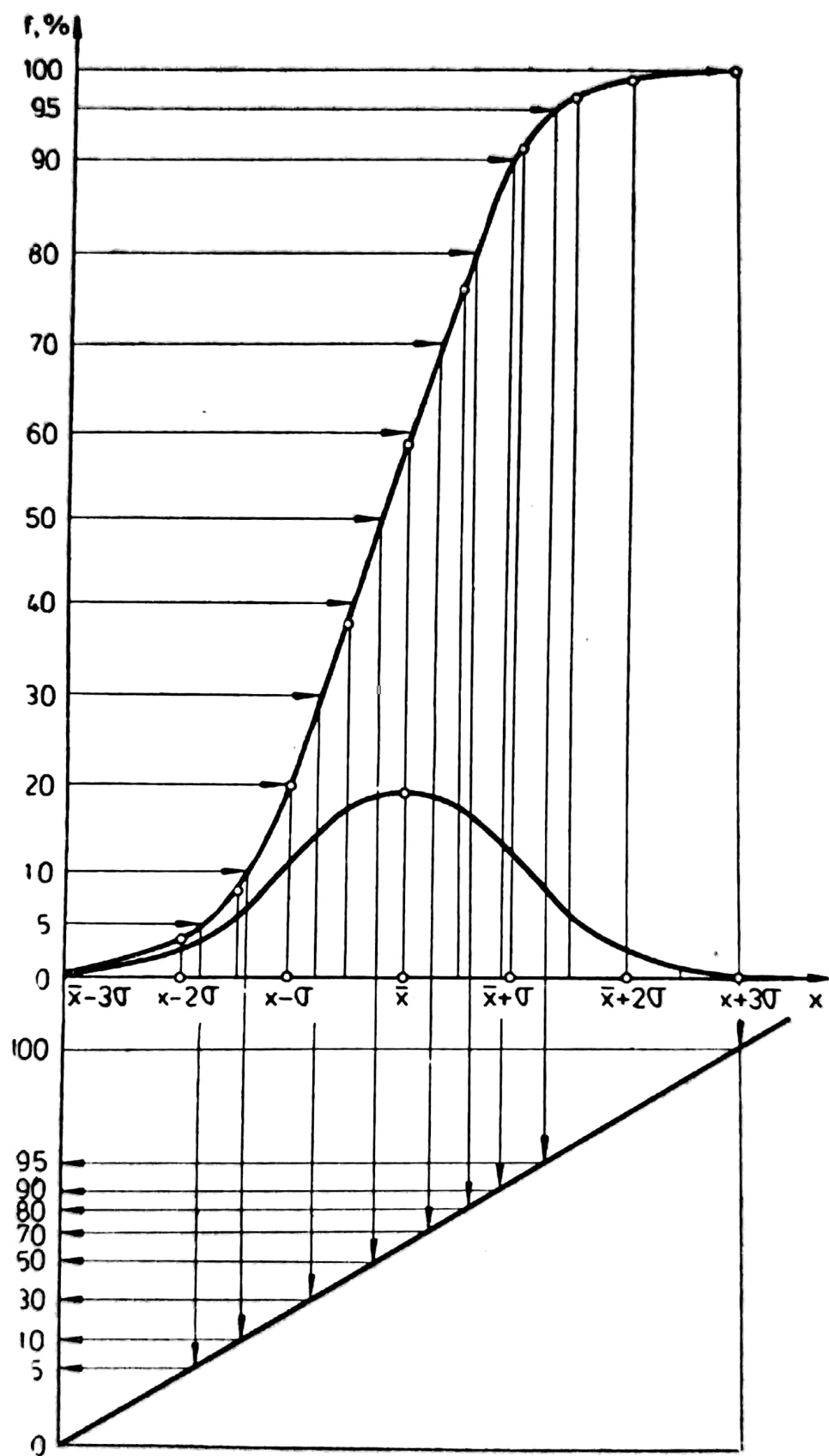


Fig. 1.6. Anamorfozarea curbelor frecvențelor cumulate într-o dreaptă, pentru obținerea scării grafice a rețelei de probabilitate.

În fig. 1.6 se arată modul de anamorfozare a curbei  $S$  normale într-o dreaptă și obținerea scării grafice pentru așa-numita „rețea de probabilitate”, care se utilizează frecvent pentru testarea normalității distribuțiilor empirice (punctele ce corespund frecvențelor cumulate trebuie să se înscrie pe o dreaptă).

Rețeaua de probabilitate mai servește [11, 13, 17, 31, 40, 42] și pentru calculul grafic al valorii medii  $\bar{x}$  și al abaterii medii pătratice  $\sigma$  sau  $s$ . Graficul scării ordonatelor este astfel construit încît pentru abscisele  $\bar{x} - 3\sigma$ ;  $\bar{x} - 2\sigma$ ;  $\bar{x} - \sigma$ ;  $\bar{x}$ ;  $\bar{x} + \sigma$ ;  $\bar{x} + 2\sigma$  și  $\bar{x} + 3\sigma$  ordonatele punctelor corespunzătoare de pe dreaptă să fie: 0,13%; 2,27%; 15,87%; 50%; 84,13%; 97,72%; 99,87%. Completînd această gradare cu valori intermediare, se obține rețeaua de probabilitate. În practică se utilizează și alte metode de testare a normalității distribuțiilor [42, 45, 47].

### 1.4.2. Curba normală centrată redusă

Curba normală centrată redusă se obține printr-o mișcare de translație a originii coordonatelor în punctul  $x = \bar{x}$  și astfel variabila aleatoare  $x$  devine variabilă centrată redusă  $z$ . Operația de transformare este definită de relația

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}. \quad (1.24)$$

Funcția de frecvențe a variabilei centrate reduse  $z$  este definită de relația

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-z^2}{2}} \quad (1.25)$$

iar funcția de distribuție a acesteia va fi

$$F(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{\frac{-z^2}{2}} dz. \quad (1.26)$$

Graficul funcției de frecvențe  $f(z)$  se obține cu relația

$$f^{max}(x) = f(0) \quad (1.27)$$

care dă valoarea ordonatei maxime, celelalte valori ale ordonatelor se obțin folosind tabelul 1.4, iar punctele de inflexiune ale curbei se

obțin egalind derivata de ordinul doi a funcției cu zero rezultind  $f''(z) = (z^2 - 1) \cdot f(z) = 0$ .

Curba distribuției are punctele de inflexiune de o parte și de alta a originii, la distanțele  $z_1 = +1$ ,  $z_2 = -1$ .

În tabelul 1.6 se dau ordonatele curbei centrate reduse  $f(z)$  cu ajutorul căreia se pot construi grafic curbele distribuțiilor reale studiate.

Tabelul 1.6. Distribuția normală normală. Valorile funcției de frecvențe  $f(z)$

| $z$ | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,3989 | 0,3989 | 0,3989 | 0,3988 | 0,3986 | 0,3984 | 0,3982 | 0,3980 | 0,3977 | 0,3973 |
| 0,1 | 0,3970 | 0,3965 | 0,3961 | 0,3956 | 0,3951 | 0,3943 | 0,3939 | 0,3932 | 0,3925 | 0,3918 |
| 0,2 | 0,3910 | 0,3902 | 0,3894 | 0,3885 | 0,3876 | 0,3867 | 0,3857 | 0,3847 | 0,3836 | 0,3825 |
| 0,3 | 0,3811 | 0,3802 | 0,3790 | 0,3778 | 0,3765 | 0,3752 | 0,3739 | 0,3725 | 0,3712 | 0,3697 |
| 0,4 | 0,3683 | 0,3668 | 0,3653 | 0,3637 | 0,3621 | 0,3605 | 0,3589 | 0,3578 | 0,3555 | 0,3538 |
| 0,5 | 0,3521 | 0,3503 | 0,3485 | 0,3467 | 0,3448 | 0,3429 | 0,3410 | 0,3391 | 0,3372 | 0,3352 |
| 0,6 | 0,3332 | 0,3312 | 0,3292 | 0,3271 | 0,3251 | 0,3230 | 0,3209 | 0,3187 | 0,3166 | 0,3144 |
| 0,7 | 0,3123 | 0,3101 | 0,3079 | 0,3056 | 0,3034 | 0,3011 | 0,2989 | 0,2966 | 0,2943 | 0,2920 |
| 0,8 | 0,2897 | 0,2874 | 0,2850 | 0,2827 | 0,2803 | 0,2780 | 0,2756 | 0,2732 | 0,2709 | 0,2685 |
| 0,9 | 0,2661 | 0,2637 | 0,2613 | 0,2589 | 0,2565 | 0,2541 | 0,2516 | 0,2492 | 0,2468 | 0,2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 0,2396 | 0,2371 | 0,2347 | 0,2323 | 0,2299 | 0,2275 | 0,2251 | 0,2227 | 0,2203 |
| 1,1 | 0,2179 | 0,2155 | 0,2131 | 0,2107 | 0,2083 | 0,2059 | 0,2036 | 0,2012 | 0,1989 | 0,1965 |
| 1,2 | 0,1942 | 0,1919 | 0,1895 | 0,1872 | 0,1849 | 0,1826 | 0,1801 | 0,1778 | 0,1755 | 0,1732 |
| 1,3 | 0,1711 | 0,1691 | 0,1669 | 0,1647 | 0,1626 | 0,1601 | 0,1582 | 0,1561 | 0,1539 | 0,1518 |
| 1,4 | 0,1497 | 0,1476 | 0,1456 | 0,1435 | 0,1415 | 0,1391 | 0,1374 | 0,1351 | 0,1334 | 0,1315 |
| 1,5 | 0,1295 | 0,1276 | 0,1257 | 0,1238 | 0,1219 | 0,1200 | 0,1182 | 0,1163 | 0,1145 | 0,1127 |
| 1,6 | 0,1109 | 0,1092 | 0,1074 | 0,1057 | 0,1040 | 0,1023 | 0,1006 | 0,0989 | 0,0973 | 0,0957 |
| 1,7 | 0,0940 | 0,0925 | 0,0909 | 0,0893 | 0,0878 | 0,0863 | 0,0848 | 0,0833 | 0,0818 | 0,0804 |
| 1,8 | 0,0790 | 0,0775 | 0,0761 | 0,0748 | 0,0734 | 0,0721 | 0,0707 | 0,0694 | 0,0681 | 0,0669 |
| 1,9 | 0,0656 | 0,0641 | 0,0632 | 0,0620 | 0,0608 | 0,0596 | 0,0584 | 0,0573 | 0,0562 | 0,0551 |
| 2,0 | 0,0540 | 0,0529 | 0,0519 | 0,0508 | 0,0498 | 0,0488 | 0,0478 | 0,0468 | 0,0459 | 0,0449 |
| 2,1 | 0,0440 | 0,0431 | 0,0422 | 0,0413 | 0,0404 | 0,0396 | 0,0387 | 0,0379 | 0,0371 | 0,0363 |
| 2,2 | 0,0355 | 0,0347 | 0,0339 | 0,0332 | 0,0325 | 0,0317 | 0,0310 | 0,0303 | 0,0297 | 0,0289 |
| 2,3 | 0,0283 | 0,0277 | 0,0270 | 0,0264 | 0,0258 | 0,0252 | 0,0246 | 0,0241 | 0,0235 | 0,0229 |
| 2,4 | 0,0224 | 0,0219 | 0,0213 | 0,0208 | 0,0203 | 0,0198 | 0,0194 | 0,0189 | 0,0184 | 0,0180 |
| 2,5 | 0,0175 | 0,0171 | 0,0167 | 0,0163 | 0,0158 | 0,0154 | 0,0151 | 0,0147 | 0,0143 | 0,0139 |
| 2,6 | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0126 | 0,0122 | 0,0119 | 0,0116 | 0,0113 | 0,0110 | 0,0107 |
| 2,7 | 0,0104 | 0,0101 | 0,0099 | 0,0096 | 0,0093 | 0,0091 | 0,0088 | 0,0086 | 0,0084 | 0,0081 |
| 2,8 | 0,0079 | 0,0077 | 0,0075 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 | 0,0067 | 0,0065 | 0,0063 | 0,0061 |
| 2,9 | 0,0060 | 0,0058 | 0,0056 | 0,0055 | 0,0053 | 0,0051 | 0,0050 | 0,0048 | 0,0047 | 0,0046 |
| 3,0 | 0,0044 | 0,0043 | 0,0041 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0036 | 0,0035 | 0,0034 |

Distribuția normală centrată redusă se caracterizează prin faptul că valoarea medie a variabilei aleatoare normală este nulă, iar dispersia acesteia precum și abaterea medie pătratică sînt egale cu unitatea.

**Exemplul de calcul 1.2.** Să se determine ordonata corespunzătoare abscisei  $z = 2,93$ , în scopul reprezentării grafice a curbei de distribuție reale.



În tabelul 1.6, urmărind în jos pe coloana lui  $z$ , se va găsi valoarea 2,9; apoi pe orizontală, se urmărește rândul pe care se află această valoare, pînă se ajunge la coloana 0,03. Rezultă din tabel valoarea  $f(z) = 0,0055$ .

### 1.4.3. Funcția Gauss-Laplace

Funcția Gauss-Laplace este definită prin relația

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-z^2/2} dz. \quad (1.28)$$

Această integrală reprezintă aria mărginită de curba  $f(z)$  în intervalul de la 0 la  $z$  (fig. 1.7).

Funcția Gauss-Laplace servește la calculul probabilității unei abateri față de medie, într-o distribuție dată sau pentru calculul probabilității, ca o anumită valoare să facă parte dintr-o distribuție cu o medie și cu o abatere standard date.

În tabelul 1.7 se dau valorile funcției Gauss-Laplace, pentru  $z$  cuprins între 0 și 3,09.

**Exemplul de calcul 1.3.** Să se determine probabilitatea ca o valoare  $z$  să se afle între valorile  $z = 0$  și  $z = +2,35$ .

**Tabelul 1.7. Distribuția normală normată. Funcția Gauss-Laplace  $\Phi(z)$**

| $z$ | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1   | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     |
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | 0,0319 | 0,0359 |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | 0,0636 | 0,0675 | 0,0714 | 0,0753 |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | 0,1026 | 0,1064 | 0,1103 | 0,1141 |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | 0,1406 | 0,1443 | 0,1480 | 0,1517 |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | 0,1844 | 0,1879 |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | 0,2190 | 0,2224 |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | 0,2454 | 0,2486 | 0,2517 | 0,2549 |



Tabelul 1,7 (continuare)

| 1   | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | 0,2764 | 0,2794 | 0,2823 | 0,2852 |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | 0,3078 | 0,3106 | 0,3133 |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3228 | 0,3264 | 0,3289 | 0,3315 | 0,3340 | 0,3365 | 0,3389 |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3696 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | 0,4032 | 0,4049 | 0,4066 | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | 0,4192 | 0,4207 | 0,4222 | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | 0,4406 | 0,4418 | 0,4429 | 0,4441 |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | 0,4515 | 0,4525 | 0,4535 | 0,4545 |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | 0,4608 | 0,4616 | 0,4625 | 0,4633 |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | 0,4686 | 0,4693 | 0,4699 | 0,4706 |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | 0,4750 | 0,4756 | 0,4751 | 0,4767 |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | 0,4803 | 0,4808 | 0,4812 | 0,4817 |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | 0,4846 | 0,4850 | 0,4854 | 0,4857 |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | 0,4881 | 0,4884 | 0,4887 | 0,4890 |
| 2,3 | 0,4893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | 0,4906 | 0,4909 | 0,4911 | 0,4913 | 0,4916 |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | 0,4929 | 0,4931 | 0,4932 | 0,4934 | 0,4936 |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | 0,4946 | 0,4948 | 0,4949 | 0,4951 | 0,4952 |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | 0,4960 | 0,4961 | 0,4962 | 0,4963 | 0,4964 |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | 0,4970 | 0,4971 | 0,4972 | 0,4973 | 0,4974 |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | 0,4978 | 0,4979 | 0,4979 | 0,4980 | 0,4981 |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4983 | 0,4984 | 0,4984 | 0,4985 | 0,4985 | 0,4986 | 0,4986 |
| 3,0 | 0,4987 | 0,4990 | 0,4993 | 0,4995 | 0,4997 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4999 | 0,4999 | 0,5000 |

Aşa cum s-a arătat mai înainte, probabilitatea căutată este identică cu suprafaţa de sub curba normală normată, cuprinsă între abscisele 0 şi  $+2,35$ . În tabelul 1.7 se caută în prima coloană, pe verticală, valoarea 2,3, iar apoi, urmărind pe orizontală, la intersecţia rândului respectiv cu coloana 0,05 se va găsi valoarea  $\Phi(z) = 0,4906$ , aceasta fiind probabilitatea căutată.

**Exemplul de calcul 1.4.** Să se determine probabilitatea ca o valoare  $z$  să se afle între valorile  $z = -\infty$  şi  $z = +1,83$ .

În acest caz, probabilitatea totală va fi exprimată de aria totală de sub curba normală normată cuprinsă între abscisele  $-\infty$  şi  $+1,83$ . Această arie este formată din două porţiuni, şi anume: aria cuprinsă între  $-\infty$  şi 0, care este egală cu 0,5 şi aria cuprinsă între  $z = 0$  şi  $z = +1,83$ . Cea de a doua arie se determină din tabelul 1.7, rezultând în coloana lui  $z$ , pe rândul corespunzător lui 1,8, pentru coloana 0,03, valoarea  $\Phi(z) = 0,4664$ .

Rezultă că probabilitatea căutată va fi  $P = 0,5 + 0,4664 = 0,9664$ .

**Exemplul de calcul 1.5.** La analiza dozajului de bitum într-o mixtură asfaltică, s-a obținut un șir de valori pentru care s-a verificat existența unei distribuții normale, abaterea standard a șirului fiind  $\sigma = 0,18$ . Abaterea maximă admisă de norme față de valoarea medie, pentru orice valoare individuală, este  $\pm 0,4$ . Să se afle care este probabilitatea producerii acestei abateri, față de valoarea medie, în șirul studiat.

Abaterii  $\varepsilon = \pm 0,4$  îi corespund abscisele

$$z_1 = \frac{+0,4}{0,18} = +2,22; \quad z_2 = \frac{-0,4}{0,18} = -2,22.$$

Din tabelul 1.7 rezultă  $P = \Phi(+2,22) + \Phi(-2,22) = 0,4868 + 0,4868 = 0,9736$ .

#### 1.4.4. Distribuția $\chi^2$

Distribuția  $\chi^2$  se utilizează frecvent la testarea ipotezelor statistice, iar variabila  $\chi^2$  se definește ca suma pătratelor variabilei aleatoare normale, normate  $z$  cu relația

$$\chi^2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + \dots + z_n^2 \quad (1.29)$$

unde  $n$  este numărul total de valori.

Domeniul de variație al funcției de frecvențe  $f(\chi^2)$  cuprinde mulțimea valorilor care satisfac inegalitățile

$$0 < \chi^2 < +\infty. \quad (1.30)$$

Reprezentînd grafic curbele  $f(\chi^2)$  în raport cu numărul gradelor de libertate, se constată că distribuția variabilei aleatoare  $\chi^2$  tinde lent către distribuția normală, atunci cînd numărul gradelor de libertate tinde către  $+\infty$  (fig. 1.8). Dacă se integrează funcția de distribuție

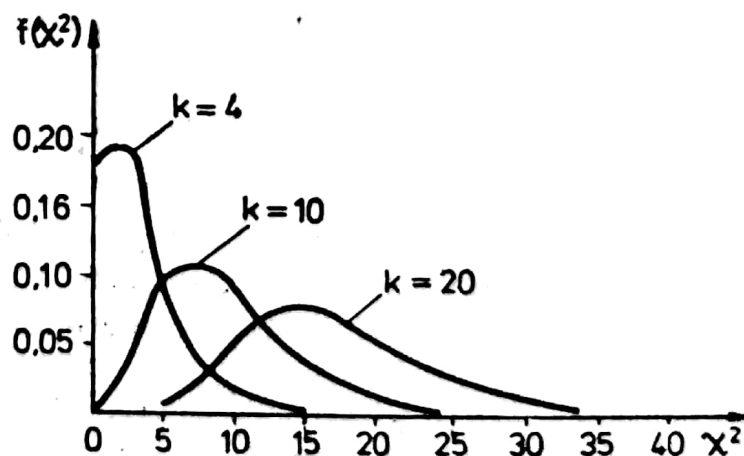


Fig. 1.8. Distribuția  $\chi^2$ .



între limitele 0 și  $\chi^2$ , rezultă probabilitatea ca o valoare  $\chi^2$  să se găsească în intervalul definit de aceste limite.

În tabelul 1.8 se dau valorile critice ale distribuției  $\chi^2$ , în funcție de probabilitate (pragul de semnificație  $\alpha$ ) și de numărul total de va-

Tabelul 1.8. Valorile critice ale distribuției  $\chi^2$

| $\alpha$    | 0,990  | 0,975 | 0,950 | 0,900  | 0,100 | 0,050 | 0,025 | 0,010 |
|-------------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| $v = n - 2$ |        |       |       |        |       |       |       |       |
| 1           | 0,0002 | 0,001 | 0,004 | 0,0158 | 2,71  | 3,84  | 5,02  | 6,63  |
| 2           | 0,0201 | 0,050 | 0,103 | 0,211  | 4,61  | 5,99  | 7,38  | 9,21  |
| 3           | 0,115  | 0,216 | 0,352 | 0,584  | 6,25  | 7,81  | 9,35  | 11,3  |
| 4           | 0,297  | 0,484 | 0,711 | 1,06   | 7,78  | 9,49  | 11,1  | 13,3  |
| 5           | 0,551  | 0,831 | 1,15  | 1,61   | 9,24  | 11,1  | 12,8  | 15,1  |
| 6           | 0,872  | 1,24  | 1,64  | 2,20   | 10,6  | 12,6  | 14,6  | 16,8  |
| 7           | 1,21   | 1,69  | 2,17  | 2,83   | 12,0  | 14,1  | 16,0  | 18,5  |
| 8           | 1,65   | 2,18  | 2,73  | 3,49   | 13,4  | 15,5  | 17,5  | 20,1  |
| 9           | 2,09   | 2,70  | 3,33  | 4,17   | 14,7  | 16,9  | 19,0  | 21,7  |
| 10          | 2,56   | 3,25  | 3,94  | 4,87   | 16,0  | 18,3  | 20,5  | 23,2  |
| 11          | 3,05   | 3,82  | 4,57  | 5,58   | 17,3  | 19,7  | 21,9  | 24,7  |
| 12          | 3,57   | 4,40  | 5,23  | 6,30   | 18,5  | 21,0  | 23,3  | 26,2  |
| 13          | 4,11   | 5,01  | 5,89  | 7,04   | 19,8  | 22,4  | 24,7  | 27,7  |
| 14          | 4,66   | 5,63  | 6,57  | 7,79   | 21,1  | 23,7  | 26,1  | 29,1  |
| 15          | 5,23   | 6,26  | 7,26  | 8,55   | 22,3  | 25,0  | 27,5  | 30,6  |
| 16          | 5,81   | 6,91  | 7,96  | 9,31   | 23,5  | 26,3  | 28,8  | 32,0  |
| 17          | 6,41   | 7,56  | 8,67  | 10,1   | 24,8  | 27,6  | 30,2  | 33,4  |
| 18          | 7,01   | 8,23  | 9,39  | 10,9   | 26,0  | 28,9  | 31,5  | 34,8  |
| 19          | 7,63   | 8,91  | 10,1  | 11,7   | 27,2  | 30,1  | 32,9  | 36,2  |
| 20          | 8,26   | 9,59  | 10,9  | 12,4   | 28,4  | 31,4  | 34,2  | 37,6  |
| 21          | 8,90   | 10,3  | 11,6  | 13,2   | 29,6  | 32,7  | 35,5  | 38,9  |
| 22          | 9,54   | 11,0  | 12,3  | 14,0   | 30,8  | 33,9  | 36,8  | 40,3  |
| 23          | 10,2   | 11,7  | 13,1  | 14,8   | 32,0  | 35,2  | 38,1  | 41,6  |
| 24          | 10,9   | 12,4  | 13,8  | 15,7   | 33,2  | 36,4  | 39,4  | 43,0  |
| 25          | 11,5   | 13,1  | 14,6  | 16,5   | 34,4  | 37,7  | 40,6  | 44,3  |
| 26          | 12,2   | 13,8  | 15,4  | 17,3   | 35,6  | 38,9  | 41,9  | 45,6  |
| 27          | 12,9   | 14,6  | 16,2  | 18,1   | 36,7  | 40,1  | 43,2  | 47,0  |
| 28          | 13,6   | 15,3  | 16,9  | 18,9   | 37,9  | 41,3  | 44,5  | 48,3  |
| 29          | 14,3   | 16,0  | 17,7  | 19,8   | 39,1  | 42,6  | 45,7  | 49,6  |
| 30          | 15,0   | 16,8  | 18,5  | 20,6   | 40,3  | 43,8  | 47,0  | 50,9  |

lori  $n$ . În mod practic, valoarea lui  $\chi^2$  se calculează pornind de la o comparație a valorilor efectiv observate într-un experiment practic cu valorile teoretice calculate după o anumită ipoteză cu relația

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{observat}} - f_{\text{teoretic}})^2}{f_{\text{teoretic}}} \quad (1.31)$$

Valoarea lui  $\chi^2$  va fi cu atât mai mică, cu cât valorile observate vor fi mai apropiate de valorile teoretice. Pe de altă parte, valoarea  $\chi^2$  depinde și de numărul gradelor de libertate. Tabelul 1.8 dă posibilitatea ca valorile tabelate să difere de cele ipotetice numai prin acțiunea întâmplării. Ca urmare, testul  $\chi^2$  se folosește frecvent pentru a verifica dacă dispersia unui eșantion diferă semnificativ de populația din care a fost extras. În asemenea cazuri, valoarea  $\chi^2$  se poate determina cu relația

$$\chi^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma^2} \quad (1.32)$$

**Exemplul de calcul 1.6.** În laboratorul geotehnic se folosește metoda Casagrande pentru analiza pământurilor prin sedimentare. După un număr mare de analize efectuate prin această metodă, în mod curent, s-a calculat dispersia populației:  $\sigma = 0,22$ . Punându-se problema măririi preciziei, s-a modificat metoda, apoi s-au efectuat un număr de 20 analize, rezultând dispersia eșantionului,  $s^2 = 0,15$ . Să se stabilească dacă prin modificarea metodei s-a modificat precizia și în ce sens.

Se admite, mai întâi, că prin modificarea metodei precizia nu s-a mărit. Conform relației (1.32) valoarea parametrului  $\chi^2$  rezultă

$$\chi^2 = \frac{20-1}{0,22} \cdot 0,15 = 12,95.$$

Pentru  $v = 19$  grade de libertate se găsește în tabelul 1.8 pragul de semnificație  $\alpha = 0,835$ , probabilitatea fiind  $P = 1 - 0,835 = 0,165$ . Dacă s-a ales ca valoare critică  $\alpha = 0,100$  este îndreptățită respingerea ipotezei făcute și se poate trage concluzia că metoda modificată este mai puțin precisă decât metoda curentă.

#### 1.4.5. Distribuția Student

Distribuția Student a fost propusă de W. S. Gosset pentru statistica șirurilor mici și este definită [40] prin relația

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{x}_p}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (1.33)$$

care exprimă deviațiile mediilor șirurilor  $\bar{x}$  față de media întregii populații  $\bar{x}_p$ , măsurate în abateri standard ale mediilor șirurilor.

Funcția de frecvență a variabilei  $f(t)$  se obține pe baza funcțiilor de frecvență a variabilelor  $f(z)$  și  $f(\chi^2)$ . Se observă că mărimea  $t$  nu depinde decât de numărul gradelor de libertate  $k$ . Pentru valori mari ale lui  $k$ , curba  $t$  se apropie de curba normală.

Valorile parametrului  $t$  în funcție de probabilitatea  $P$  și de numărul de grade de libertate au fost date în tabelul 1.3.

#### 1.4.6. Distribuția $F$

Distribuția  $F$  este definită de raportul a două dispersii, considerate că estimează dispersia generală a unei colectivități, prin relația

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \quad (1.34)$$

În practică, se întâmplă adeseori că trebuie comparate performanțele a două utilaje, precizia a două analize sau randamentele obținute prin două metode diferite. În relația (1.34) valorile  $s_1^2$  și  $s_2^2$  au următoarele semnificații :

$$s_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1} \quad (1.35)$$

$$s_2^2 = \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1}. \quad (1.36)$$

Din aceste relații se constată că parametrul  $F$  depinde numai de numărul gradelor de libertate  $f_1$  și  $f_2$  ale celor două dispersii. Pe măsura creșterii numărului gradelor de libertate  $f_1$  și  $f_2$ ,  $s_1$  tinde către  $\sigma_1$ ,  $s_2$  tinde către  $\sigma_2$ , iar ca urmare a acestui fapt, raportul  $F$  tinde spre valoarea 1.

În tabelul 1.9 se dau valorile funcției  $F(P)$  în funcție de  $f_1$ ,  $f_2$  pentru probabilitatea  $P = 95\%$ . Raportul  $F$  este astfel formulat încât dispersia cea mai mare să fie la numărător.

**Exemplul de calcul 1.7.** Doi laboranți determină dozajul de bitum pe probe de mixtură asfaltică recoltate din aceeași șarjă. Laborantul  $A$  execută 12 determinări și obține o dispersie  $s_1^2 = 0,02$ , iar laborantul  $B$  execută 8 determinări și obține o dispersie  $s_2^2 = 0,03$ . Să se stabilească dacă rezultatele obținute de cei doi laboranți diferă semnificativ, pentru un prag de semnificație  $\alpha = 0,1$ .



**Tabelul 1.9. Valorile raportului  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$  corespunzătoare probabilității  $P = 95\%$  și numărului gradelor de libertate  $f_1$  și  $f_2$**

| $f_1 \backslash f_2$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 12   | 16   | 20   | 24   | 30   | 40   | 50   | 60   | 80   | 100  | $\infty$ |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| 1                    | 161  | 200  | 216  | 225  | 230  | 234  | 237  | 239  | 241  | 242  | 244  | 246  | 248  | 249  | 252  | 253  | 254  | 254  | 253  | 253  | 251      |
| 2                    | 18,5 | 19,0 | 19,2 | 19,2 | 19,3 | 19,3 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5     |
| 3                    | 10,1 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 | 8,74 | 8,69 | 8,66 | 8,64 | 8,58 | 8,55 | 8,53 | 8,53 | 8,55 | 8,55 | 8,53     |
| 4                    | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,91 | 5,84 | 5,80 | 5,77 | 5,70 | 5,66 | 5,63 | 5,63 | 5,66 | 5,66 | 5,63     |
| 5                    | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 | 4,68 | 4,60 | 4,56 | 4,53 | 4,44 | 4,41 | 4,37 | 4,37 | 4,41 | 4,41 | 4,37     |
| 6                    | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 4,00 | 3,92 | 3,87 | 3,84 | 3,75 | 3,71 | 3,67 | 3,67 | 3,71 | 3,71 | 3,67     |
| 7                    | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 | 3,57 | 3,49 | 3,44 | 3,41 | 3,32 | 3,27 | 3,23 | 3,23 | 3,27 | 3,27 | 3,23     |
| 8                    | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 | 3,28 | 3,20 | 3,15 | 3,12 | 3,02 | 2,97 | 2,93 | 2,93 | 2,97 | 2,97 | 2,93     |
| 9                    | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 | 3,07 | 2,99 | 2,94 | 2,90 | 2,80 | 2,76 | 2,71 | 2,71 | 2,76 | 2,76 | 2,71     |
| 10                   | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 | 2,91 | 2,83 | 2,77 | 2,74 | 2,64 | 2,59 | 2,54 | 2,54 | 2,59 | 2,59 | 2,54     |
| 11                   | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,85 | 2,79 | 2,70 | 2,65 | 2,61 | 2,51 | 2,46 | 2,40 | 2,40 | 2,46 | 2,46 | 2,40     |
| 12                   | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 | 2,80 | 2,75 | 2,69 | 2,60 | 2,54 | 2,51 | 2,40 | 2,35 | 2,30 | 2,30 | 2,35 | 2,35 | 2,30     |

Notă. Dispersia mai mare ( $s_1^2$ ) se ia întotdeauna la numărător.

Pentru pragul de semnificație dat  $\alpha = 0,1$ , deci  $\frac{\alpha}{2} = 0,05$ , și pentru gradele de libertate  $f_1 = 11$  și  $f_2 = 7$ , în tabelul 1.9, la coloana 7, rîndul 11 se găsește valoarea

$$F(0,05/7/11) = 3,01.$$

În același timp, valoarea reală a raportului  $F$  calculată cu relația (1.34) este

$$F = \frac{0,03}{0,02} = 1,5.$$

Întrucît valoarea reală a raportului  $F$  este mai mică decît valoarea tabelată, determinată pentru pragul de semnificație dat, se poate trage concluzia că rezultatele obținute de cei doi laboranți nu diferă semnificativ.

#### 1.4.7. Distribuția binomială

În stabilirea pe cale teoretică a unor legi de probabilitate, se folosesc în scopul aprecierii numărului de cazuri egalprobabile formulele algebrice de analiză combinatorie pentru permutări, aranjamente și combinaări.

Permutările sînt grupări de obiecte care se deosebesc între ele prin ordinea de aranjare în grup. Numărul permutărilor  $P_n$  de  $n$  obiecte este egal cu produsul primelor numere întregi, conform relației

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n = n!. \quad (1.37)$$

Aranjamentele sînt grupări de obiecte care se deosebesc atît prin obiectele ce le conțin, cît și prin ordinea obiectelor în grupă, numărul lor determinîndu-se cu relația

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1). \quad (1.38)$$

Combinările sînt grupări de obiecte care se deosebesc între ele prin cel puțin unul din obiectele pe care le conțin, indiferent de ordinea lor. Numărul combinațiilor se calculează cu relația

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k}. \quad (1.39)$$

În general, dacă  $p$  este probabilitatea constantă a unui eveniment și  $q$  probabilitatea evenimentului contrar, probabilitatea ca evenimentul să se producă de  $k$  ori în  $n$  probe este dată de relația

$$P_n^k = C_n^k p^k q^{n-k}. \quad (1.40)$$

Probabilitatea ca un eveniment să se producă de cel puțin  $k$  ori din  $p$  probe este probabilitatea ca el să se producă în  $k, k+1, k+2, \dots$  sau  $n$  probe; probabilitatea totală a evenimentului care interesează fiind

$$P_k = C_n^k p^k q^{n-k} + C_n^{k+1} p^{k+1} q^{n-k-1} + \dots + C_n^{n-1} p^{n-1} q + C_n^n p^n. \quad (1.41)$$

În această relație se observă [46] suma ultimilor  $(n - k + 1)$  termeni din dezvoltarea binomului  $(q + p)^n$ .

Parametrii distribuției binomiale  $(p + q)^n$  sînt: valoarea medie  $\bar{x} = np$  și abaterea standard  $\sigma = npq$ .

Forma distribuției binomiale depinde de valorile  $p$  și  $q$  și de valoarea exponentului  $n$ ; dacă  $p = q$  rezultă o distribuție binomială simetrică. Dacă  $n$  este suficient de mare, distribuția binomială tinde spre distribuția normală (fig. 1.9).

Legea binomială se folosește la determinarea volumului minim al unor selecții, pentru a fi reprezentative pentru populația din care au.

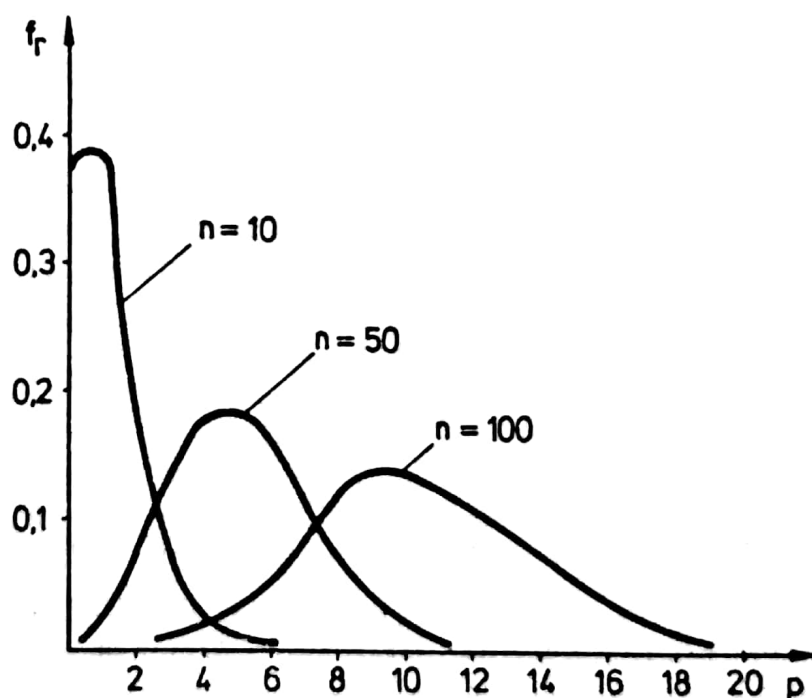


Fig. 1.9. Distribuția binomială.



fost extrase. Pentru o probabilitate dată  $p$ , numărul minim de observații  $n$  necesar pentru ca distribuția să aibă aspect normal se obține cu relația

$$(3\sigma)^2 = npq \quad (1.42)$$

unde  $\sigma = 1$ . Înlocuind această valoare rezultă relația

$$n = \frac{9}{pq} \quad (1.43)$$

**Exemplul de calcul 1.8.** Să se determine folosind legea binomială de repartiție volumul minim al unei selecții, astfel încât aceasta să fie reprezentativă pentru populația din care a fost extrasă, în ipoteza :

$$p = 95\% ; q = 5\%.$$

Utilizând relația (1.43), rezultă :

$$n = \frac{9}{0,95 \cdot 0,05} = 189 \text{ determinări.}$$

### 1.5. Trecerea de la eșantion la populație. Estimarea statistică

În practică, se renunță la populațiile infinite și se lucrează totdeauna cu o mică fracțiune din ele, adică cu eșantioane. Este interesant să se stabilească ce anume se poate afirma despre parametrii statistici ai populației, pe baza valorilor indicatorilor statistici ai eșantionului extras. De regulă, un eșantion nu se poate identifica cu populația din care a fost extras, din cauză că determinarea cauzală este foarte complexă, existînd fluctuații de la probă la probă, chiar în cazul aceluiași eșantion.

În ipoteza că se analizează mai multe eșantioane se constată că valorile medii ale acestor eșantioane, deși nu sînt identice, ele converg toate către o medie comună. Interesează în mod deosebit valoarea abaterii standard a distribuției acestor medii față de media comună, valoare care permite realizarea trecerii de la eșantion la populație. La caracterizarea precisă a distribuției de eșantionaj un rol important îl are numărul probelor, fiind cunoscut faptul că pe măsură ce acest număr crește, frecvența unui eveniment se apropie de probabilitatea sa. Legea numerelor mari [46], descoperită de Cebîșev, precizează că într-o dis-



tribuție de medii a unui număr de variabile  $n$ , abaterea standard depinde de  $n$  și în funcție de acesta poate fi făcută oricât de mică. Această lege, care constituie principiul fundamental al aplicării în practică a calculului probabilităților, arată că, în timp ce o valoare izolată a variabilei aleatoare se poate îndepărta oricât de mult de media sa, mediile aritmetice ale unui număr mare de variabile întâmplătoare prezintă o dispersie mult mai mică. Acest fapt justifică eficiența cercetării fenomenelor prin sondaj, folosind eșantioanele.

Estimarea unui parametru al populației nu poate fi punctiformă; de exemplu, nu se poate afirma niciodată că valoarea medie a unei populații este  $\bar{x}_p$ , ci doar că ea este foarte apropiată de  $\bar{x}_p$  și că se află cu o probabilitate  $p$  într-un interval de siguranță definit astfel:

$$X_{inferior} \leq \bar{X}_p \leq X_{superior} \quad | \quad (1.44)$$

Se demonstrează [11, 13, 17, 37, 40, 42] că de fiecare interval de siguranță este legată o probabilitate de a greși, numită risc, definită ca diferența dintre valoarea 1 sau 100 și pragul de semnificație exprimat printr-o fracție zecimală sau respectiv în procente. Cu cât riscul este mai mare, cu atât siguranța statistică, numită și nivel de încredere, este mai mică și deci posibilitatea de a greși este mai mare. În funcție de importanța problemei de studiat se alege un prag de semnificație pentru care se vor trage concluzii. Probabilitatea de a greși se notează de regulă cu  $p$  și se menționează în mod obligatoriu, la fiecare interpretare statistică. Astfel, în domeniul drumurilor, riscul admis sau probabilitatea de a greși  $p$  se admite a fi de 5% atunci când se fac afirmații pe baza interpretărilor statistice, pentru probleme legate de autostrăzi, de 10% în cazul afirmațiilor efectuate pentru drumuri naționale, și de 15% în cazul în care interpretările statistice vizează drumuri județene sau locale. În studiul intervalelor de siguranță [17, 46] pentru valoarea medie a unei populații se pot folosi următoarele teoreme statistice:

1) Când  $n$  este suficient de mare, distribuția mediilor unor eșantioane cu efectivul  $n$  este practic normală, chiar dacă populația nu este repartizată normal.

2) Media acestei distribuții este egală cu media populației, abaterea standard fiind calculată cu relația

$$\sigma = \frac{\sigma_p}{\sqrt{n}} \quad (1.45)$$

Prima teoremă permite utilizarea proprietăților curbei normale în determinarea intervalului de siguranță, știind că există probabilitatea de 5% ca abaterea maximă să fie mai mare decât  $\pm 1,96 \sigma$ , această

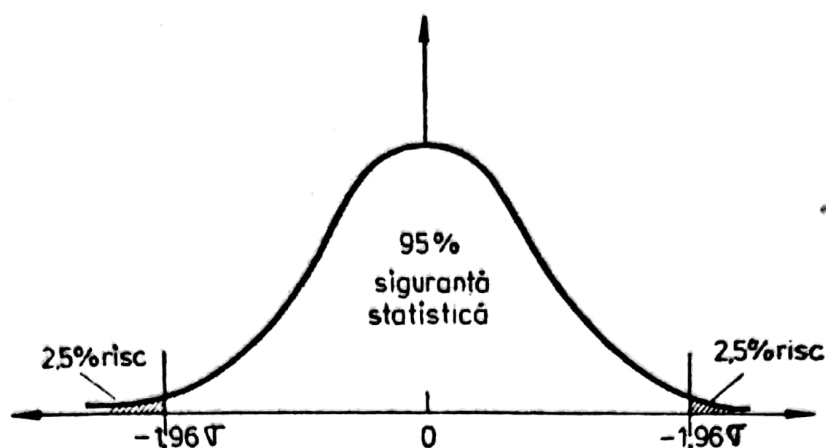


Fig. 1.10. Distribuția abaterilor unui șir normal.

probabilitate fiind reprezentată prin două mici suprafețe la marginile curbei normale, de o parte și de alta a siguranței statistice (fig. 1.10).

Pentru un prag de semnificație de 5% și ținând seama că abaterea standard a distribuției mediilor eșantioanelor este conform teoremei a doua, se pot aprecia diferențele între mediile eșantioanelor și media populației cu relația

$$x_e - 1,96 \frac{\sigma_p}{\sqrt{n}} \leq x_p \leq x_e + 1,96 \frac{\sigma_p}{\sqrt{n}} \quad (1.46)$$

unde  $x_e$  este valoarea medie a eșantionului;

$x_p$  — valoarea medie a populației;

$\sigma_p$  — abaterea medie a populației.

Relația (1.46) este valabilă în cazul eșantioanelor cu efective  $n > 30$ . În cazul eșantioanelor cu efective mai mici decât 30, pentru estimarea intervalului de siguranță, se va folosi relația

$$x_e - t \frac{s}{\sqrt{n}} \leq x_p \leq x_e + t \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (1.47)$$

unde  $t$  este parametrul Student cunoscut.

**Exemplul de calcul 1.9.** Să se stabilească intervalul de siguranță pentru valoarea medie a dozajului de bitum, pentru un sector de îmbrăcăminte asfaltică din care s-au extras și analizat un număr de 9 probe, obținându-se indicatorii statistici:

- valoarea medie a eșantionului,  $\bar{B} = 7,57$ ;
- abaterea standard,  $s = 0,35$ .

Stabilirea intervalului de siguranță pentru valoarea medie să se facă luând în considerare riscul  $\alpha = 0,10$ .



Din tabelul 1.3, pentru un nivel de încredere  $P = 90\%$  și pentru un număr de grade de libertate  $\nu = 8$ , rezultă valoarea parametrului  $t = 1,86$ . Înlocuind în relația (1.47) valorile cunoscute rezultă intervalul de siguranță căutat

$$7,35 \leq B_p \leq 7,79.$$

Se poate afirma cu siguranța de 90% că, dacă din populația necunoscută (sectorul de îmbrăcăminte asfaltică dat), se va extrage un număr foarte mare de eșantioane și se va calcula pentru media fiecăruia dintre ele un interval de încredere, atunci un număr de 90% din aceste intervale vor conține valoarea medie a populației.

Pentru stabilirea unor limite ale variației normale ale unor parametri, se poate folosi criteriul frecvenței, admitînd că variațiile extrem de rare sînt suspecte.

Cînd distribuția valorilor este normală și cînd se dispune de un șir de date cu un efectiv mai mare de 30, se poate folosi în acest scop relația care există între aria de sub curbă și abscisele exprimate în multipli de abateri standard.

În cazul în care se dispune de efective mai mici de 30, se va folosi procedeul care utilizează testul  $t$ .

**Exemplul de calcul 1.10.** La analiza unui eșantion de 15 probe s-au obținut valori ale dozajului de bitum variînd între 7,6 și 8,4, cu o valoare medie  $\bar{B} = 8,0$  și cu o abatere standard  $s = 0,30$ . Să se stabilească domeniul normal pentru valorile individuale ale șirului infinit de rezultate ce pot fi obținute, pentru un prag de semnificație  $\alpha = 5\%$ .

Se presupune că  $y$  este prima valoare anormală care se întîlnește pe măsura îndepărtării de valoarea medie  $\bar{B} = 8,0$ . Dacă se consideră această valoare ca fiind un eșantion elementar cu efectivul  $n_1 = 1$  și cu valoarea medie  $\bar{y} = y$  și se compară media sa cu media eșantionului analizat, diferența între cele două eșantioane este semnificativă dacă este îndeplinită condiția

$$\bar{x} - \bar{y} < ts \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}. \quad (1.48)$$

Din tabelul 1.3, pentru nivelul de încredere  $P = 95\%$  și pentru un număr de grade de libertate  $\nu = 14$ , rezultă valoarea parametrului  $t = 2,14$ . Înlocuind în relația (1.48) rezultă

$$\bar{x} - \bar{y} < 0,66.$$

Domeniul de normalitate al valorilor șirului infinit de determinări pentru pragul de semnificație  $\alpha = 5\%$  va fi definit de intervalul de siguranță

$$B_e - 0,66 \leq B_p \leq B_e + 0,66$$

sau

$$7,34 \leq B_p \leq 8,66.$$

## 1.6. Analiza dispersională cu aplicații la drumuri

Analiza dispersională asociată cu testarea rezultatelor obținute [17] permite depistarea și eliminarea unor parametri tehnologici, care nu influențează semnificativ rezultatele obținute, asigurându-se astfel reducerea volumului de lucrări experimentale.

### 1.6.1. Analiza dispersională monofactorială

Cu ajutorul analizei dispersionale monofactoriale se testează egalitatea valorilor medii care variază sub influența unei singure variabile independente. De exemplu, se testează în mod curent egalitatea valorilor medii ale rezistenței la compresiune, calculate dintr-un număr de experiențe  $m$  folosind  $n$  sorturi de nisip sau  $n$  tipuri de ciment. În acest scop, observațiile pentru analiza dispersională monofactorială se grupează în tabelul 1.10. Calculele pentru testarea propusă sînt de asemenea centralizate în tabelul 1.11.

Tabelul 1.10. Gruparea observațiilor pentru analiza dispersională monofactorială

| Tipul de nisip<br>Experiența | 1        | 2        | $j$                  | $n$      |
|------------------------------|----------|----------|----------------------|----------|
| Experiența 1                 | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $\dots x_{1j} \dots$ | $x_{1n}$ |
| Experiența 2                 | $x_{21}$ | $x_{22}$ | $\dots x_{2j} \dots$ | $x_{2n}$ |
| $\vdots$                     | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$             | $\vdots$ |
| Experiența $i$               | $x_{i1}$ | $x_{i2}$ | $\dots x_{ij} \dots$ | $x_{in}$ |
| $\vdots$                     | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$             | $\vdots$ |
| Experiența $m$               | $x_{m1}$ | $x_{m2}$ | $\dots x_{mj} \dots$ | $x_{mn}$ |

Tabelul 1.11. Analiza dispersională monofactorială

| Sursa dispersiei | Suma pătratelor | Grade de libertate | Dispersia                            | $F$                   | $F_{0,05}$ |
|------------------|-----------------|--------------------|--------------------------------------|-----------------------|------------|
| Între coloane    | $S_2 - S_3$     | $m - 1$            | $s_1^2 = \frac{S_2 - S_3}{m - 1}$    | $\frac{s_1^2}{s_2^2}$ |            |
| Între rânduri    | $S_1 - S_2$     | $m(n - 1)$         | $s_2^2 = \frac{S_1 - S_2}{m(n - 1)}$ |                       |            |
| Total            | $S_1 - S_3$     | $mn - 1$           |                                      |                       |            |

Notă.  $S_1 = \sum_{ij} mn x_{ij}^2$ ;  $S_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^m x_i\right)^2}{m}$ ;  $S_3 = \frac{\left(\sum_{j=1}^{mn} x_{ij}\right)^2}{mn}$ .

Valoarea  $F$  rezultată din calcul se compară cu valoarea  $F_{0,05}$  din tabelul 1.9, pentru pragul de semnificație  $\alpha = 0,05$  și pentru gradele de libertate  $f_1 = (m - 1)$  și  $f_2 = m(n - 1)$ . Dacă  $F$  calculat este mai mic decât  $F$  găsit în tabele, se acceptă ipoteza de zero, adică ipoteza conform căreia parametrul variabil nu influențează asupra variabilei dependente, diferențele observate fiind cauzate de erorile experimentale.

În cazul în care  $F$  rezultat din calcule este mai mare decât valoarea lui  $F$  din tabelul 1.9, ipoteza de zero se respinge și se trage concluzia că parametrul influențează parametrul urmărit și deci trebuie luat în considerare.

**Exemplul de calcul 1.11.** Să se testeze influența următoarelor sorturi de nisip 0/3 mm, asupra rezistenței mixturilor fabricate :

- sort 1 nisip de balastieră ;
- sort 2 nisip de dună ;
- sort 3 nisip de carieră,

cunoscînd că la testarea mixturilor fabricate cu cele trei tipuri de nisip s-au obținut următoarele rezultate :

| Nisipul        | 1     |         | 2     |         | 3     |         |
|----------------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|
|                | $R_c$ | $R_c^2$ | $R_c$ | $R_c^2$ | $R_c$ | $R_c^2$ |
| Experiența 1   | 25    | 625     | 22    | 484     | 27    | 729     |
| Experiența 2   | 27    | 729     | 23    | 529     | 28    | 784     |
| Experiența 3   | 24    | 576     | 25    | 625     | 28    | 784     |
| Experiența 4   | 26    | 676     | 19    | 361     | 29    | 841     |
| Experiența 5   | 25    | 625     | 20    | 400     | 30    | 900     |
| Total          | 127   | 3 231   | 109   | 2 399   | 112   | 1 038   |
| Valoarea medie | 25,4  |         | 21,8  |         | 28,4  |         |



Din calculele efectuate rezultă :

$$S_1 = 9668,0 ; \quad S_2 = 9634,8 ; \quad S_3 = 9625,6 ; \quad s_1^2 = 27,3 ; \quad s_2^2 = 3,22 ; \\ F = 8,48.$$

Din tabelul 1.9 pentru  $f_1 = m - 1 = 4$  și  $f_2 = m(n - 1) = 10$  și pentru  $P = 95\%$  rezultă  $F_{0,05} = 3,48$ .

Deoarece valoarea  $F$  calculată este mai mare decât valoarea  $F_{0,05}$ , se trage concluzia că fiecare din cele trei tipuri de nisip influențează în mod distinct rezistența la compresiune a mixturii asfaltice.

### 1.6.2. Analiza dispersională bifactorială

În practică se întâlnește adesea influența simultană a doi parametri asupra unui rezultat. De exemplu, interesează influența dozajelor de bitum și de filer asupra stabilității unei mixturi asfaltice, dozajul de agregat rămânând constant. Fiind vorba de doi parametri variabili, va trebui să se testeze două ipoteze de zero, din care una se va referi la diferența valorilor medii între rînduri, iar cealaltă la diferența valorilor medii între coloane. Și în acest caz, rezultatele experimentale se vor grupa într-un tabel, procedeul de calcul al dispersiilor și testarea valorilor medii ale coloanelor și respectiv ale rîndurilor fiind similare cu cele utilizate în cazul analizei dispersionale monofactoriale, cu deosebirea că apare în plus o dispersie reziduală care se calculează prin diferențele observate la experiențe paralele.

Avînd în vedere cele arătate, fiecare valoare din tabel va trebui să reprezinte valoarea medie a două experiențe paralele.

### 1.6.3. Analiza dispersională polifactorială

Odată cu creșterea numărului de parametri variabili, care influențează asupra rezultatului urmărit, crește și numărul posibil de interacțiuni. Astfel, dacă se va cerceta efectul variației a trei parametri, analiza dispersională va trebui să scoată în evidență trei efecte principale (de exemplu, dozajul de bitum, dozajul de filer, dozajul de agregat total), trei efecte de interacțiune de gradul întii (bitum/filer, bitum/agregat, filer/agregat) și un efect de interacțiune de gradul doi (bitum/filer/agregat). Într-un astfel de caz este necesar un tabel de analiză cu trei factori, deci dimensionat în spațiu.



## 1.7. Analiza de regresie cu aplicații la drumuri

Analiza de corelație studiază [17] legea medie de comportare a fiecăreia dintre variabile în funcție de valorile celeilalte variabile, precum și măsura dependenței dintre variabilele considerate. Dacă fiecare valori a unei variabile  $x$  i se atașează media valorilor corespunzătoare celeilalte variabile,  $y$ , se obține funcția de regresie, care se reprezintă grafic prin curba de regresie. Din forma conturului diagramei de regresie, se poate aprecia dacă între cele două variabile există sau nu o relație de interdependență. De exemplu, dacă punctele din diagrama de regresie se înscriu într-un cerc sau într-o elipsă cu axele paralele cu cele ale sistemului de coordonate, se poate considera că între variabilele considerate nu există nici o corelație (fig. 1.11). Dacă punctele din diagrama de dispersie se înscriu într-o elipsă, avînd suprafața alungită cu axele înclinate față de sistemul de coordonate, ca în fig. 1.12, se poate presupune că între variabile există o corelație. Cu cît elipsa este mai turtită, cu atît corelația dintre variabile este mai mare, fiind maximă atunci cînd axa mică a elipsei se reduce la un punct, iar elipsa se reduce la o dreaptă. Dacă punctele din diagrama de regresie se înscriu pe o linie, atunci se poate considera că dependența dintre variabile poate fi redată printr-o funcție.

Analiza dispersiei punctelor pe diagrama de dispersie permite exprimarea cantitativă a gradului de legătură dintre variabilele procesului, măsura acestei dependențe purtînd numele de coeficient de corelație.

### 1.7.1. Regresia liniară simplă

De regulă [17], punctele din diagrama de dispersie nu se dispun strict pe o curbă, ci se răspîndesc într-un „nor statistic”, al cărui contur poate sugera o curbă sau alta. În fig. 1.13 se constată că fiecărui punct de pe axa absciselor îi corespunde, pe axa ordonatelor, o distribuție de puncte, a căror dispersie este mult mai redusă decît dispersia întregului șir. Mediile acestor distribuții restrînse pe verticală par a se deplasa de-a lungul unei drepte, care poartă numele de dreapta de



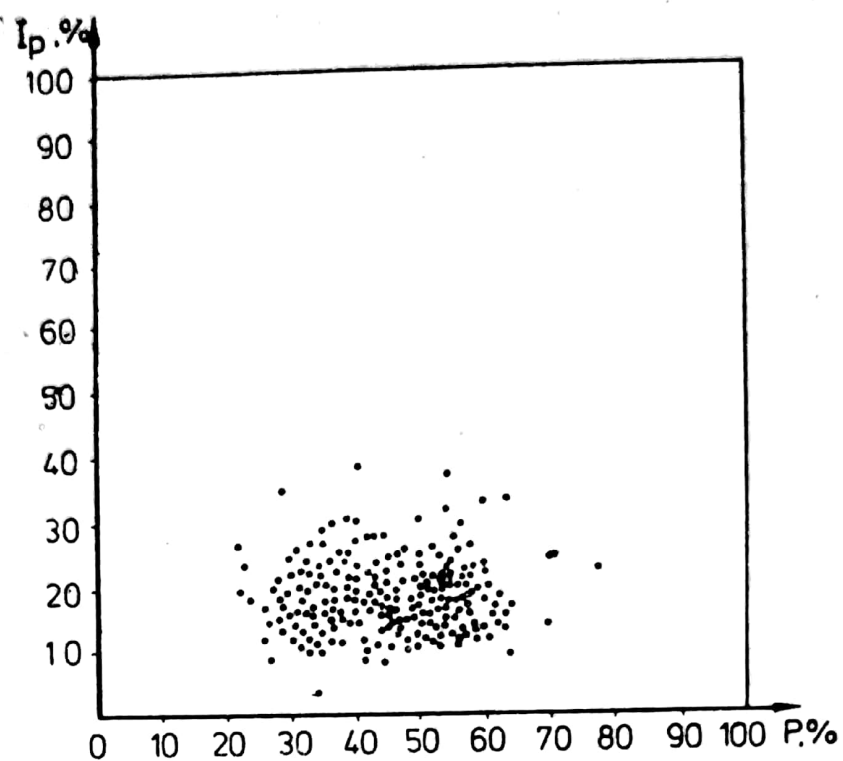


Fig. 1.11. Reprezentarea grafică a valorilor indicelui de plasticitate a pământurilor,  $I_p$ , în funcție de conținutul de praf,  $P$ .

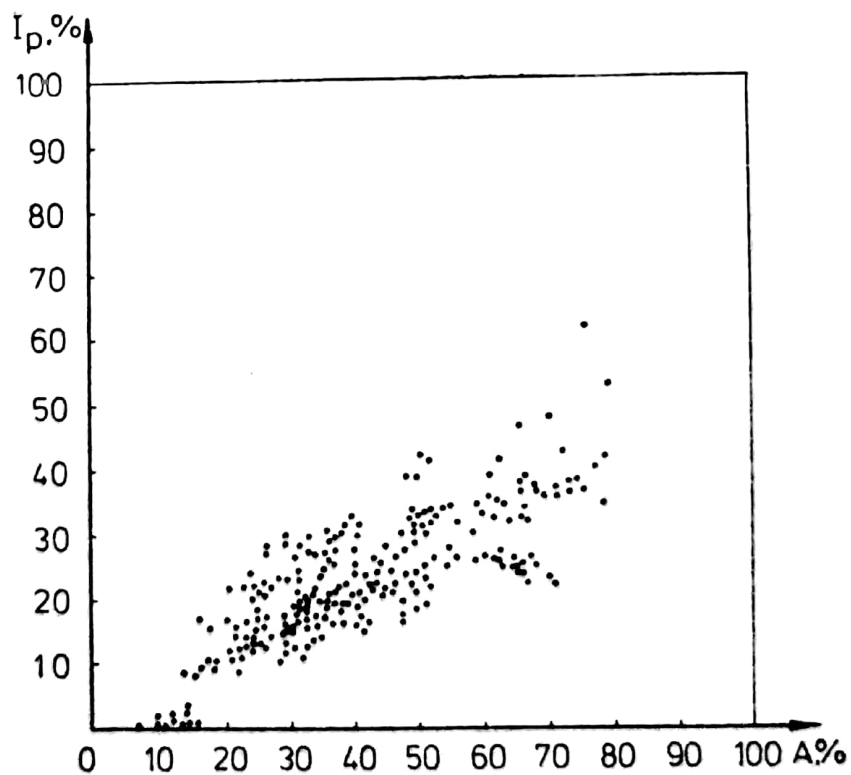


Fig. 1.12. Diagrama de dispersie a valorilor indicelui de plasticitate a pământurilor,  $I_p$ , în funcție de conținutul de argilă,  $A$ .



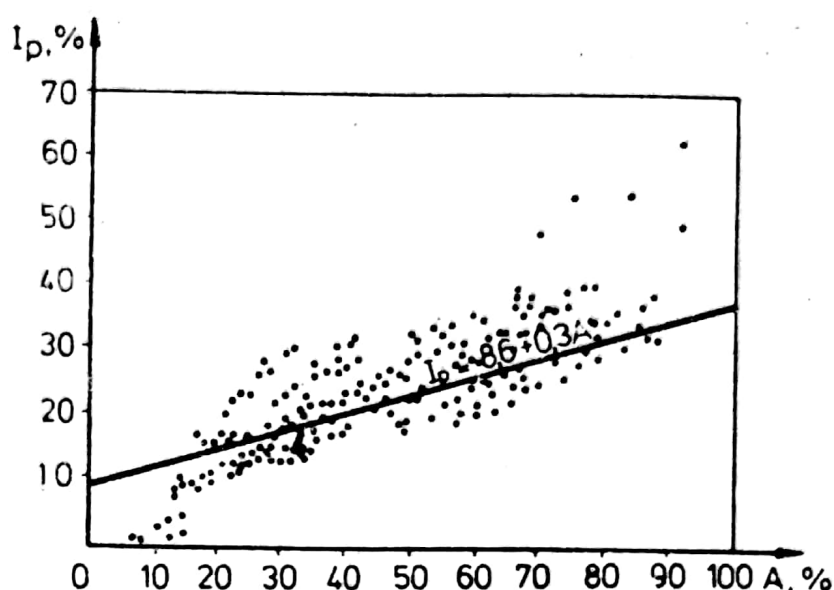


Fig. 1.13. Diagrama de dispersie și dreapta de regresie :  $I_p = 8,6 + 0,3 A$ .

regresie. Deoarece această dreaptă ajută să se estimeze valorile caracteristice înscrise pe ordonată, în funcție de valoarea înscrisă pe abscisă, ea se mai numește dreaptă de regresie a lui  $y$  în raport cu  $x$ .

**1.7.1.1. Stabilirea ecuației dreptei de regresie.** Dintre toate dreptele care exprimă tendința valorilor  $y$  în funcție de valorile  $x$ , adică orientarea „norului statistic” se va alege aceea care îndeplinește condiția fundamentală ca suma pătratelor distanțelor de la toate punctele din diagrama de dispersie la această dreaptă, măsurate pe paralele la axa  $y$ , să fie minimă. Această condiție [17] se exprimă prin următorul sistem de ecuații :

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (1.49)$$

În acest sistem, coeficienții, de regresie  $a$  și  $b$  constituie necunoscute care se obțin prin rezolvarea sistemului, dreapta de regresie avînd forma generală

$$Y_i = a + bx_i. \quad (1.50)$$

Pentru rezolvarea sistemului de ecuații normale, se recomandă [17] ca așezarea datelor să se facă conform tabelului 1.12.

**Tabelul 1.12. Schema de calcul a ecuațiilor normale pentru analiza de regresie liniară**

| $x_i$        | $y_i$        | $x_i^2$        | $x_i y_i$        | $y_i^2$        | $(x_i + y_i)$ | $(x_i + y_i)^2$               |
|--------------|--------------|----------------|------------------|----------------|---------------|-------------------------------|
| $x_1$        | $y_1$        | $x_1^2$        | $x_1 y_1$        | $y_1^2$        | $(x_1 + y_1)$ | $(x_1 + y_1)^2$               |
| $x_2$        | $y_2$        | $x_2^2$        | $x_2 y_2$        | $y_2^2$        | $(x_2 + y_2)$ | $(x_2 + y_2)^2$               |
| $x_3$        | $y_3$        | $x_3^2$        | $x_3 y_3$        | $y_3^2$        | $(x_3 + y_3)$ | $(x_3 + y_3)^2$               |
| $\vdots$     | $\vdots$     | $\vdots$       | $\vdots$         | $\vdots$       | $\vdots$      | $\vdots$                      |
| $x_n$        | $y_n$        | $x_n^2$        | $x_n y_n$        | $y_n^2$        | $(x_n + y_n)$ | $(x_n + y_n)^2$               |
| $\Sigma x_i$ | $\Sigma y_i$ | $\Sigma x_i^2$ | $\Sigma x_i y_i$ | $\Sigma y_i^2$ |               | $(\Sigma x_i + \Sigma y_i)^2$ |

**1.7.1.2. Limitele de variație a valorilor calculate conform dreptei de regresie.** Pentru a măsura exactitatea cu care ecuația de regresie exprimă variația variabilei dependente în funcție de variația variabilei independente, se calculează dispersia  $s_{yx}^2$  cu relația

$$s_{yx}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{n - 2} \quad (1.51)$$

Valorile  $Y_i$  vor oscila între anumite limite, în funcție de erorile experimentale, intervalul de variație fiind

$$Y_i - t\alpha \sqrt{s_{yx}^2} \leq Y_i \leq Y_i + t\alpha \sqrt{s_{yx}^2} \quad (1.52)$$

Valorile  $t$  se iau din tabelul 1.3 pentru  $\alpha$  dat și pentru  $\nu = n - 2$ , numărul gradelor de libertate pentru care s-a calculat dispersia  $s_{yx}^2$ .

**1.7.1.3. Verificarea liniarității funcției de regresie.** Pentru testarea semnificației abaterii valorilor calculate de la valorile observate, se compară dispersia cauzată de erorile experimentale cu dispersia cauzată de regresie. Dispersia cauzată de erorile experimentale se calculează cu relația

$$s_r = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n(k - 1)} \quad (1.53)$$

unde :  $k$  este numărul de experiențe efectuate în aceleași condiții;  
 $\bar{y}$  — valoarea medie a șirului de date experimentale.

Dispersia cauzată de regresie este dată de relația

$$s_1^2 = \frac{k \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - Y_i)^2}{n - r} \quad (1.54)$$

unde  $r$  este numărul constantelor din ecuația de regresie. Cunosând cele două dispersii, se calculează raportul lor  $F$  și se compară valoarea acestuia cu valoarea  $F_{max}$  din tabelul 1.9. Dacă valoarea  $F$  astfel calculată este mai mare decât valoarea  $F$  din tabelul 1.9 se trage concluzia că funcția liniară aleasă ( $Y = a + bx$ ) nu aproximează suficient de bine comportarea variabilelor studiate și este necesar să se caute o altă funcție.

**1.7.1.4. Coeficientul de corelație și coeficientul de determinare.** Coeficientul de corelație este un indicator al legăturii dintre variabile și se determină [17] cu relația

$$\gamma_{y,x} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}} \quad (1.55)$$

Un alt indicator utilizat în analiza de dispersie este coeficientul de determinare, definit [17] cu relația

$$\gamma_{yx}^2 = 1 - \frac{s_{yx}^2}{s_y^2} \quad (1.56)$$

unde:  $s_y^2$  este dispersia valorilor față de media aritmetică;

$s_{yx}^2$  — dispersia valorilor experimentale observate în jurul dreptei de regresie.

**1.7.1.5. Testarea coeficientului de corelație.** Valoarea coeficientului de corelație variază între  $-1$  și  $+1$ . Valoarea pozitivă a coeficientului de corelație indică faptul că odată cu creșterea variabilei independente, va crește și variabila dependentă. O valoare apropiată de  $+1$  arată o corelație strinsă între variabile, în timp ce o valoare mică a coeficientului de corelație arată că între factorii cercetați nu există o legătură importantă. În scopul testării semnificației acestei legături, se emite ipoteza de zero, considerînd că perechile de valori  $x_i$  și  $y_i$  sînt probe luate la întîmplare dintr-o populație în care coeficientul de corelație între termenii corespunzători este nul și de la care coeficientul de corelație calculat  $\gamma_{yx}^2$  diferă numai întîmplător. Această ipoteză se verifică folosind tabelul 1.13. Dacă probabilitatea găsită în tabelul 1.13 depășește pragul de semnificație ales, se admite ipoteza de zero și se trage concluzia că între variabilele cercetate nu există o corelație semnificativă.



Tabelul 1.13. Distribuția coeficientului de corelație  $\gamma_{yx}$

| $v = n - 2$ | Pragul de semnificație $\alpha$ |       |       |       |       |
|-------------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|             | 0,1                             | 0,05  | 0,02  | 0,01  | 0,001 |
| 1           | 0,988                           | 0,997 | 0,999 | 1,000 | 1,000 |
| 2           | 0,900                           | 0,950 | 0,980 | 0,990 | 0,999 |
| 3           | 0,805                           | 0,878 | 0,931 | 0,959 | 0,992 |
| 4           | 0,729                           | 0,811 | 0,882 | 0,917 | 0,974 |
| 5           | 0,669                           | 0,754 | 0,833 | 0,871 | 0,951 |
| 6           | 0,621                           | 0,707 | 0,789 | 0,834 | 0,925 |
| 7           | 0,582                           | 0,666 | 0,750 | 0,798 | 0,898 |
| 8           | 0,549                           | 0,632 | 0,716 | 0,765 | 0,872 |
| 9           | 0,521                           | 0,602 | 0,685 | 0,735 | 0,847 |
| 10          | 0,497                           | 0,576 | 0,658 | 0,708 | 0,823 |
| 11          | 0,476                           | 0,553 | 0,634 | 0,684 | 0,801 |
| 12          | 0,457                           | 0,532 | 0,612 | 0,661 | 0,780 |
| 13          | 0,441                           | 0,514 | 0,592 | 0,641 | 0,760 |
| 14          | 0,426                           | 0,497 | 0,574 | 0,623 | 0,742 |
| 15          | 0,412                           | 0,482 | 0,558 | 0,606 | 0,725 |
| 20          | 0,360                           | 0,423 | 0,492 | 0,537 | 0,652 |
| 25          | 0,323                           | 0,381 | 0,445 | 0,487 | 0,597 |
| 30          | 0,296                           | 0,349 | 0,409 | 0,449 | 0,554 |
| 40          | 0,257                           | 0,304 | 0,358 | 0,393 | 0,490 |
| 50          | 0,231                           | 0,273 | 0,322 | 0,354 | 0,443 |
| 60          | 0,221                           | 0,250 | 0,295 | 0,325 | 0,408 |
| 80          | 0,183                           | 0,217 | 0,256 | 0,288 | 0,357 |
| 100         | 0,164                           | 0,195 | 0,230 | 0,254 | 0,321 |

Notă.  $v = n - 2$  pentru  $n$  perechi de observații.

**Exemplul de calcul 1.12.** Se cunosc 50 de perechi de valori ale indicelui de plasticitate  $I_p$ , în %, și ale conținutului de argilă  $A$ , determinate pentru diverse tipuri de pământuri în laboratorul geotehnic. Aceste valori sînt date în tabelul următor.

| Proba nr. | $A$ ,<br>% | $I_{pt}$ | Proba nr. | $A$ ,<br>% | $I_{pt}$ |
|-----------|------------|----------|-----------|------------|----------|
| 1         | 2          | 3        | 4         | 5          | 6        |
| 1         | 22         | 14       | 26        | 49         | 18       |
| 2         | 34         | 11       | 27        | 43         | 24       |
| 3         | 31         | 14       | 28        | 39         | 22       |
| 4         | 33         | 13       | 29        | 30         | 17       |
| 5         | 33         | 15       | 30        | 23         | 11       |
| 6         | 30         | 12       | 31        | 27         | 17       |
| 7         | 24         | 13       | 32        | 23         | 13       |
| 8         | 23         | 12       | 33        | 18         | 13       |
| 9         | 33         | 17       | 34        | 24         | 14       |
| 10        | 32         | 18       | 35        | 30         | 16       |

| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 32 | 15 | 36 | 30 | 15 |
| 12 | 27 | 13 | 37 | 38 | 16 |
| 13 | 26 | 17 | 38 | 33 | 18 |
| 14 | 34 | 18 | 39 | 13 | 13 |
| 15 | 32 | 19 | 40 | 30 | 17 |
| 16 | 28 | 19 | 41 | 30 | 23 |
| 17 | 38 | 18 | 42 | 29 | 14 |
| 18 | 31 | 16 | 43 | 31 | 16 |
| 19 | 30 | 13 | 44 | 33 | 18 |
| 20 | 40 | 22 | 45 | 35 | 16 |
| 21 | 31 | 16 | 46 | 28 | 14 |
| 22 | 33 | 16 | 47 | 29 | 14 |
| 23 | 31 | 13 | 48 | 26 | 13 |
| 24 | 29 | 10 | 49 | 30 | 13 |
| 25 | 41 | 21 | 50 | 35 | 18 |

— Să se calculeze și să se reprezinte grafic ecuația de regresie care exprimă legătura între variabile.

— Să se determine intervalul de încredere pentru valorile calculate și să se reprezinte grafic limitele intervalului.

— Să se determine coeficientul de corelație între variabile și să se testeze pentru un prag de semnificație  $\alpha = 0,20$ .

— Să se calculeze coeficientul de determinare.

1) Grupînd datele așa cum se indică în tabelul 1.12 și reprezentînd grafic punctele, se obține diagrama de dispersie din fig. 1.14 și sistemul de ecuații

$$\begin{cases} 50 a + 1\,537 b = 768 \\ 1\,537 a + 48\,895 b = 24\,071. \end{cases}$$

Rezolvînd sistemul rezultă :

$$a = 8,6; \quad b = 0,3.$$

Ecuația de regresie care exprimă valoarea indicelui de plasticitate al pămînturilor, în funcție de conținutul de argilă este

$$I_p = 8,6 + 0,3 A.$$

Pentru reprezentarea grafică a dreptei de regresie sînt necesare două puncte și pentru aceasta se dau valorile

$$A = 10\% \quad \text{rezultă} \quad I_p = 11,6\%$$

$$A = 50\% \quad I_p = 23,6\%.$$

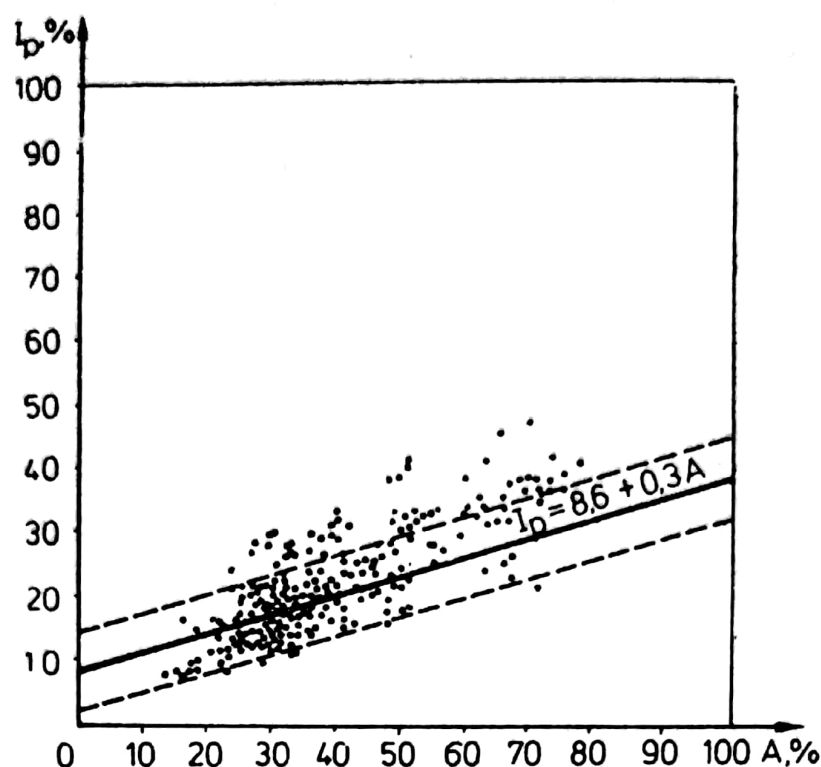


Fig. 1.14. Diagrama de dispersie a datelor din exemplul de calcul 1.12, dreapta de regresie și limitele intervalului de încredere.

Prin aceste puncte se trasează dreapta de regresie din fig. 1.14.

2) Utilizând relațiile (1.51) și (1.52) rezultă următoarele limite pentru intervalul de încredere

$$y_i = Y_i \pm 5,9.$$

Limitele intervalului de încredere sînt reprezentate grafic prin două linii discontinue paralele cu dreapta de regresie și distanțate pe verticală cu valorile  $+5,9\%$  și respectiv  $-5,9\%$  (v. fig. 1.14).

3) Coeficientul de corelație calculat cu relația (1.55) are valoarea

$$\gamma_{yx} = 0,2.$$

Pentru a testa semnificația acestui coeficient, se examinează tabelul 1.13 unde se constată că pentru un număr de grade de libertate  $\nu = 48$ , valoarea  $\gamma_{yx} = 0,2$  se află între pragurile de semnificație  $\alpha = 0,1$  și  $\alpha = 0,15$ . Întrucît s-a ales pragul de semnificație  $\alpha = 0,20$ , înseamnă că ipoteza de zero trebuie respinsă și se poate concluziona că între variabilele  $I_p$  și  $A$  există o corelație statistică semnificativă.



4) Utilizând relația (1.56) rezultă valoarea coeficientului de determinare

$$\gamma_{yx}^2 = 0.56.$$

Coeficientul de determinare, relativ mic, obținut indică și existența altor factori care influențează puternic indicele de plasticitate, aceștia fiind natura mineralogică a argilelor, conținutul de praf, conținutul de nisip etc.

### 1.7.2. Regresia liniară multiplă

În practică se întâmplă rar ca un fenomen cercetat să fie influențat numai de un singur factor variabil. În general, când asupra unui fenomen acționează mai mulți factori, influența acestora poate fi descrisă [17] de o funcție de regresie de tipul

$$Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n. \quad (1.57)$$

Pentru stabilirea ecuației funcției de regresie, trebuie să se determine coeficienții  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ , din condiția minimizării sumei abaterilor pătratice ale valorilor observate  $y_i$ , în comparație cu valorile calculate  $Y_i$ , ca și în cazul analizei simple de regresie. În ipoteza că variabila independentă este o funcție liniară de trei variabile, ecuația de regresie liniară va fi de forma

$$Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \quad (1.58)$$

iar sistemul de ecuații, care satisface condiția de minim, se scrie

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 + a_2\sum x_2 + a_3\sum x_3 = \sum y \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_1x_2 + a_3\sum x_1x_3 = \sum yx_1 \\ a_0\sum x_2 + a_1\sum x_1x_2 + a_2\sum x_2^2 + a_3\sum x_2x_3 = \sum yx_2 \\ a_0\sum x_3 + a_1\sum x_1x_3 + a_2\sum x_2x_3 + a_3\sum x_3^2 = \sum yx_3 \end{cases} \quad (1.59)$$

Pentru calculul coeficienților de determinare parțială se folosesc [17] următoarele relații :

$$d_{y, x_1, x_2, x_3} = a_1 \frac{n\sum x_1y - (\sum x_1)(\sum y)}{n\sum y^2 - (\sum y)^2} \quad (1.60)$$

$$d_{y, x_2, x_1, x_3} = a_2 \frac{n\sum x_2y - (\sum x_2)(\sum y)}{n\sum y^2 - (\sum y)^2} \quad (1.61)$$

$$d_{y, x_3, x_1, x_2} = a_3 \frac{n\sum x_3y - (\sum x_3)(\sum y)}{n\sum y^2 - (\sum y)^2} \quad (1.62)$$

Valoarea coeficientului de determinare multiplă este egală cu suma coeficienților de determinare parțială, conform relației

$$d_{y, x_1, x_2, x_3} = d_{y x_1, x_2, x_3} + d_{y x_2, x_1, x_3} + d_{y x_3, x_1, x_2}. \quad (1.63)$$

**Exemplul de calcul 1.13.** Se cunosc rezultatele obținute la analiza granulometrică a 40 de probe de pământ (fracțiunile nisip, praf, argilă). Aceste rezultate sînt evidențiate în tabelul următor.

| Proba nr.  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Compoziția |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Argilă, %  | 7  | 13 | 16 | 15 | 14 | 26 | 30 | 31 | 24 | 32 | 34 | 31 | 32 | 32 | 40 | 35 | 40 | 48 | 34 | 53 |
| Praf, %    | 4  | 34 | 16 | 29 | 18 | 16 | 50 | 58 | 23 | 48 | 20 | 29 | 25 | 57 | 38 | 45 | 42 | 26 | 87 | 32 |
| Nisip, %   | 89 | 53 | 68 | 56 | 68 | 58 | 20 | 11 | 53 | 20 | 46 | 40 | 41 | 10 | 22 | 20 | 18 | 24 | 9  | 15 |
| $I_p$      | 2  | 3  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 22 | 23 | 24 | 28 | 29 | 30 |

| Proba nr.  | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Compoziția |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Argilă, %  | 41 | 47 | 60 | 41 | 42 | 52 | 40 | 44 | 52 | 61 | 43 | 74 | 61 | 65 | 90 | 42 | 70 | 79 | 76 | 54 |
| Praf, %    | 38 | 31 | 33 | 45 | 29 | 37 | 29 | 40 | 24 | 31 | 48 | 24 | 28 | 31 | 9  | 48 | 21 | 18 | 18 | 21 |
| Nisip, %   | 21 | 22 | 7  | 14 | 29 | 11 | 31 | 16 | 24 | 8  | 8  | 2  | 11 | 4  | 1  | 10 | 9  | 3  | 6  | 25 |
| $I_p$      | 30 | 31 | 33 | 33 | 34 | 34 | 35 | 37 | 38 | 39 | 39 | 40 | 43 | 46 | 46 | 7  | 48 | 53 | 62 | 62 |

— Să se stabilească ecuația funcției de regresie multiplă considerînd: indicele de plasticitate  $I_p = Y$ ; fracțiunea de nisip  $N = x_1$ ; fracțiunea praf  $P = x_2$ ; fracțiunea argilă  $A = x_3$ .

— Să se verifice funcția de regresie astfel obținută cu rezultatele experimentale.

— Să se calculeze coeficientul de determinare multiplă a componentelor  $N$ ,  $P$ ,  $A$ , asupra indicelui de plasticitate a pământurilor  $I_p$ .

1) Pentru a intui modul în care influențează fiecare dintre cele trei fracțiuni asupra valorii indicelui de plasticitate al pământurilor, se reprezintă grafic valorile din tabelul de mai înainte, rezultînd diagramele de dispersie din fig. 1.15—1.17.

Analizînd cele trei diagrame de dispersie, se constată că pot exista unele corelații între  $I_p$  și  $A$  sau între  $I_p$  și  $N$  și mai puțin între  $I_p$  și  $P$ , deoarece norul statistic din această diagramă de dispersie nu indică nici o tendință a valorilor  $I_p$  în funcție de  $P$ .

Pentru calculul coeficienților necunoscuți ai ecuației de regresie multiplă, folosind sistemul de ecuații (1.59), se va proceda mai întîi la calculul sumelor pentru scrierea sistemului de ecuații. Calculul acestor

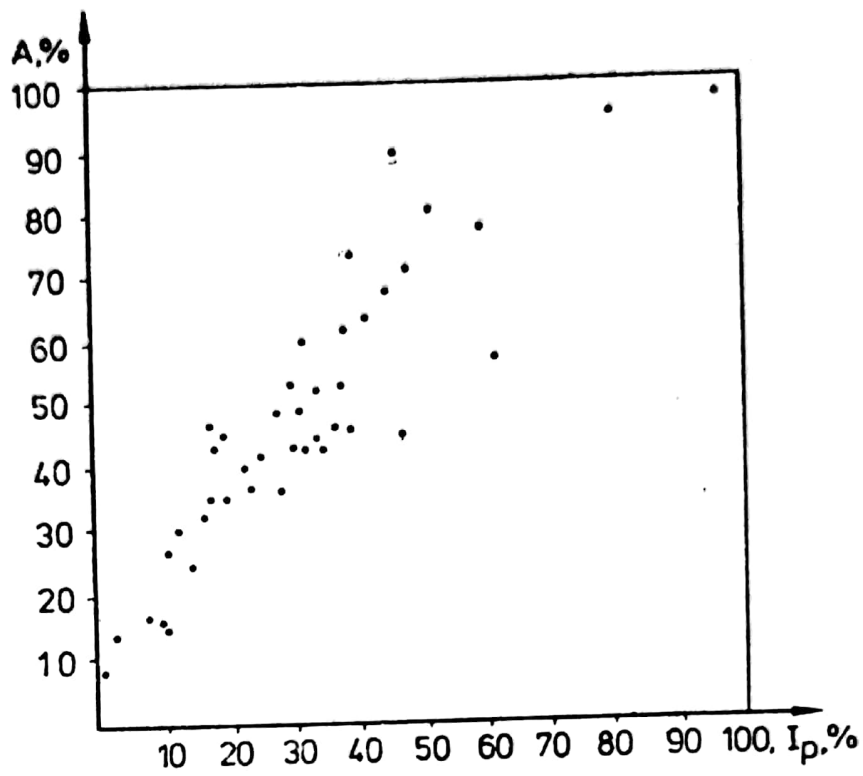


Fig. 1.15. Diagrama de dispersie pentru  $I_p = f(A)$ .

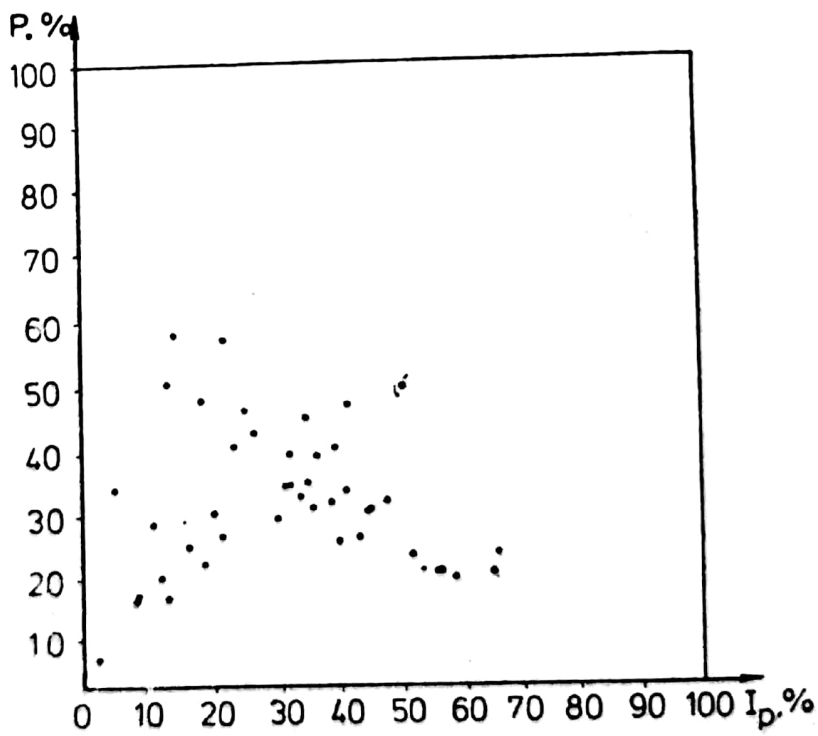


Fig. 1.16. Diagrama de dispersie pentru  $I_p = f(P)$ .



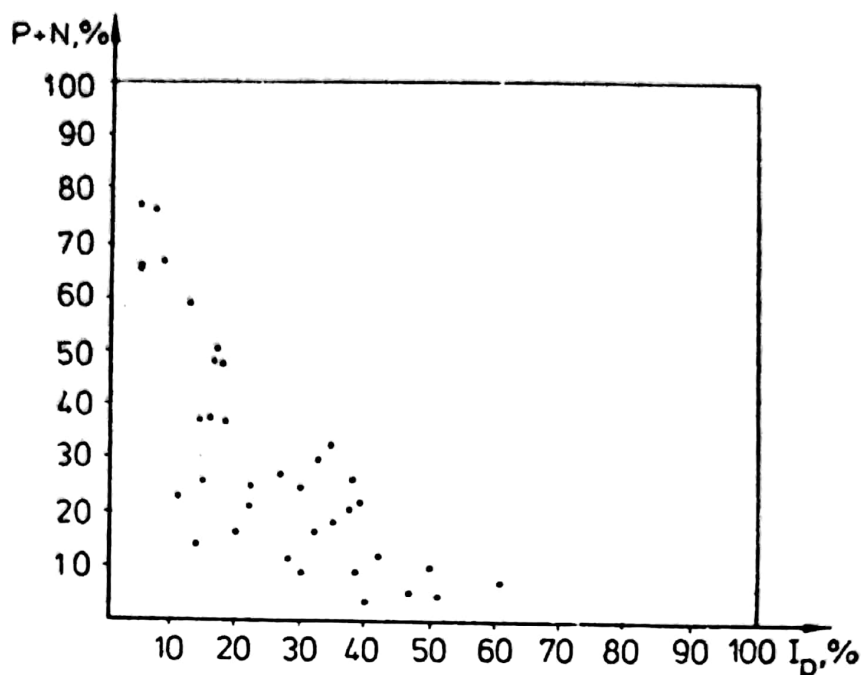


Fig. 1.17. Diagrama de dispersie pentru  $I_p = f(P+N)$ .

sume se face tabelar. Înlocuind valorile sumelor astfel obținute în sistemul de ecuații (1.59) și împărțind, pentru ușurința calculelor, cu 100 toate cele patru ecuații ale sistemului, se obține :

$$\begin{cases} 0,4 a_0 + 10,1 a_1 + 13,0 a_2 + 17,2 a_3 = 11,2 \\ 10,1 a_0 + 431,0 a_1 + 271,9 a_2 + 306,3 a_3 = 193,9 \\ 13,0 a_0 + 271,9 a_1 + 514,1 a_2 + 532,7 a_3 = 350,4 \\ 14,2 a_0 + 306,3 a_1 + 352,7 a_2 + 884,6 a_3 = 582,0. \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului se obțin valorile :  $a_0 = -5,5$  ;  $a_1 = -0,012$  ;  $a_2 = 0,048$  ;  $a_3 = 0,666$ .

Înlocuind aceste valori în ecuația dreptei de regresie (1.58), se obține

$$Y = -5,500 - 0,012 x_1 + 0,048 x_2 + 0,666 x_3$$

sau

$$I_p = -5,500 - 0,012 N + 0,048 P + 0,666 A.$$

2) Verificarea unor rezultate experimentale folosind ecuația de regresie multiplă de mai înainte s-a făcut pentru un număr de probe de pământ recoltate de pe EN 2G, după cum urmează :

| Nr. probei | Poziția  | N    | P    | A    | $I_p$<br>laborator | $I_p$<br>calculat |
|------------|----------|------|------|------|--------------------|-------------------|
| 1          | 12 + 610 | 12,6 | 30,6 | 56,8 | 34                 | 33                |
| 2          | 14 + 100 | 25,2 | 52,1 | 22,7 | 11                 | 9                 |
| 3          | 15 + 005 | 19,0 | 42,9 | 38,1 | 22                 | 20                |
| 4          | 15 + 550 | 26,1 | 37,1 | 36,5 | 16                 | 18                |
| 5          | 16 + 050 | 7,5  | 33,8 | 58,7 | 33                 | 35                |

3) Folosind relațiile (1.60)–(1.62) au rezultat următorii coeficienți de determinare parțială :

$$d_{y_{x_1, x_2, x_3}} = 0,0103 ;$$

$$d_{y_{x_2, x_1, x_3}} = -0,006 ;$$

$$d_{y_{x_3, x_1, x_2}} = 0,640.$$

Coeficientul de determinare multiplă rezultă :  $d_{y_{x_1, x_2, x_3}} = 0,644$ .

Se poate conchide că influența cumulată a celor trei fracțiuni asupra indicelui de plasticitate este de 64,4%, diferența de 35,6% datorindu-se variației altor factori, cum sînt gradul de activitate al argilelor, erorile experimentale etc.

### 1.7.3. Regresia neliniară

Modelul liniar nu se întilnește întotdeauna în practică. Atunci cînd nu există nici o posibilitate simplă de a transforma o relație neliniară într-o ecuație liniară, se apreciază din diagrama de regresie forma relației ca fiind parabolică sau hiperbolică și se calculează apoi coeficienții de regresie ai funcției, cu ajutorul unor ecuații corespunzătoare. În cazul acesta se adoptă parabola de gradul II, care are ecuația generală de forma

$$Y = b_0 + b_1x + b_2x^2. \quad (1.64)$$

Pentru calculul coeficienților de regresie  $b_0$ ,  $b_1$ , și  $b_2$  se va folosi metoda celor mai mici pătrate, minimizînd expresia

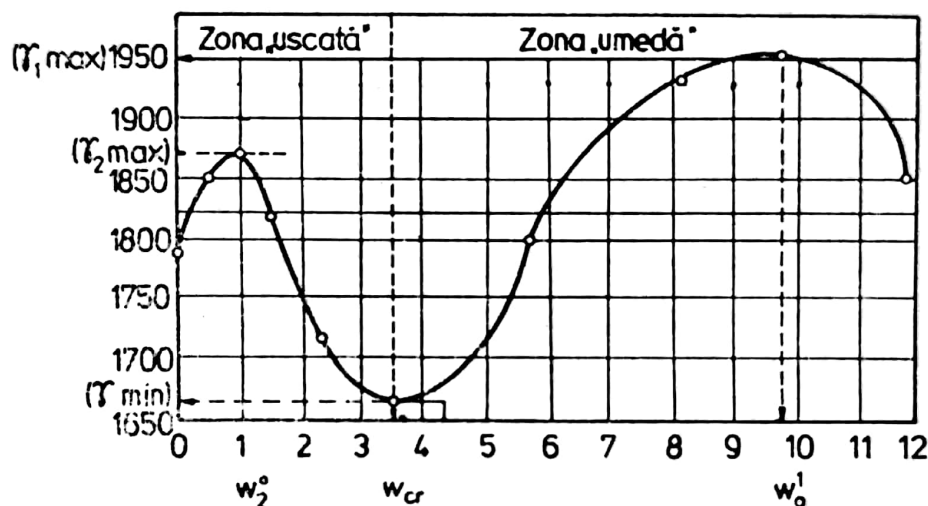
$$\sum_{i=1}^n (y - Y)^2 = \text{minim.} \quad (1.65)$$

Egalind cu zero derivatele parțiale în raport cu coeficienții de regresie, rezultă sistemul de ecuații

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum x_i + b_2 \sum x_i^2 = \sum y_i \\ b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 + b_2 \sum x_i^3 = \sum x_i y_i \\ b_0 \sum x_i^2 + b_1 \sum x_i^3 + b_2 \sum x_i^4 = \sum x_i^2 y_i \end{cases} \quad (1.66)$$

#### Proprietăți mecanice

| w, %                                 | 0    | 0,5  | 1,0  | 1,5  | 2,2  | 3,5  | 5,6  | 8,1  | 9,8  | 11,9 |
|--------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\gamma_{uscat}$ , g/cm <sup>3</sup> | 1,78 | 1,85 | 1,87 | 1,83 | 1,71 | 1,66 | 1,80 | 1,93 | 1,95 | 1,85 |



| Caracteristici de compactare                                         | Simbol          | Valoare                |
|----------------------------------------------------------------------|-----------------|------------------------|
| Umiditatea optimă în zona „umedă”                                    | $w_1^0$         | 9,8 %                  |
| Densitatea uscată maximă în zona „umedă”                             | $\gamma_{1max}$ | 1,95 g/cm <sup>3</sup> |
| Umiditatea critică (corespunzător densității minime), m <sup>3</sup> | $w_{cr}$        | 3,5 %                  |
| Densitatea uscată minimă                                             | $\gamma_{min}$  | 1,66 g/cm <sup>3</sup> |
| Umiditatea optimă în zona „uscată”                                   | $w_2^0$         | 1,0 %                  |
| Densitatea uscată maximă în zona „uscată”                            | $\gamma_{2max}$ | 1,87 g/cm <sup>3</sup> |

Fig. 1.18. Parabola de gradul trei. Curba de compactare a pământurilor [3].



Unele fenomene pot fi reprezentate și prin curbe ondulate, avînd maxime, minime și puncte de inflexiune. Un exemplu în acest sens îl constituie parabola de gradul III, care are ecuația

$$Y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3. \quad (1.67)$$

În practică, o astfel de curbă poate fi întîlnită [3] la încercarea Proctor completă (în gama de umidități din domeniul „uscat“, definit între valorile  $w = 0$  și  $w_{critic}$ , și domeniul de compactare „umed“, definit de valorile  $w_{critic}$  și  $w_{saturație}$ ), ilustrată în fig. 1.18.

În astfel de cazuri, odată cu creșterea gradului polinomului, calculele devin mai complicate fiind necesare puteri ale lui  $x$  de două ori mai mari decît gradul polinomului. În cazul polinomului de gradul III se ajunge la un sistem de ecuații cu patru necunoscute conținînd sumele puterilor  $x^4$ ,  $x^5$  și  $x^6$ .

**Exemplul de calcul 1.14.** Plecînd de la datele experimentale, care cuprind valorile rezistenței la compresiune la 25°C, pentru 62 de probe de betoane asfaltice, în funcție de raportul bitum/filer, în condiția că raportul agregat fin/agregat mare este egal cu 0,75–1,00, se cere să se determine ecuația de regresie cunoscînd:

- diagrama de dispersie a valorilor (fig. 1.19);
- sistemul de ecuații rezultat prin introducerea sumelor calculate în prealabil în sistemul de ecuații (1.66).

$$\begin{cases} 62,0 b_0 + 41,6 b_1 + 29,5 b_2 = 1892,0 \\ 41,6 b_0 + 29,5 b_1 + 22,2 b_2 = 1276,3 \\ 29,5 b_0 + 22,2 b_1 + 17,8 b_2 = 889,5. \end{cases}$$

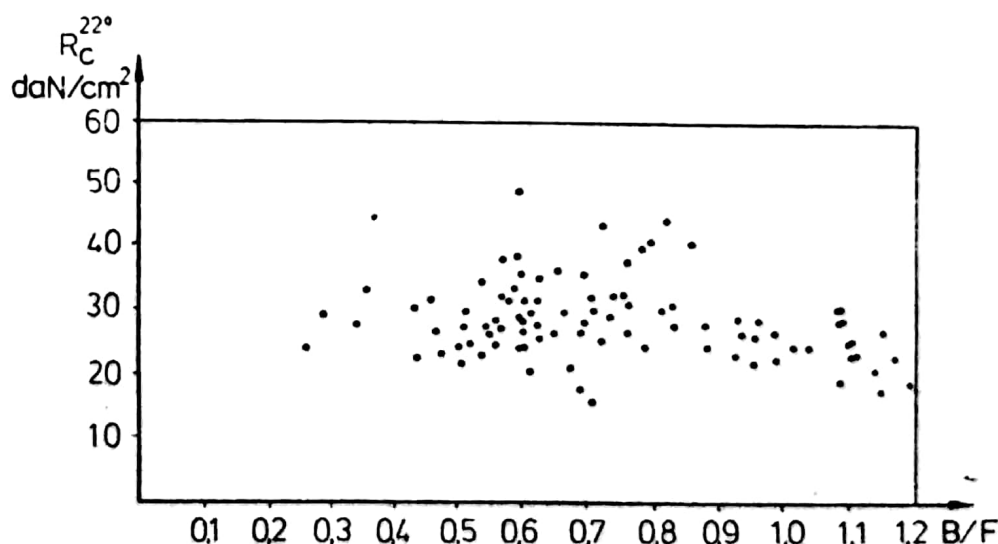


Fig. 1.19. Diagrama de dispersie  $R_c = f\left(\frac{B}{F}\right)$ .

Rezolvând acest sistem de ecuații rezultă :  $b_0 = 31,00$  ;  $b_1 = 3,17$  ;  $b_2 = -5,43$ .

Din analiza diagramei de dispersie din fig. 1.19 se observă o tendință de aliniere a punctelor după o parabolă, avînd concavitătea îndreptată în jos, spre axa absciselor. Ecuația de regresie a acestei parabole se scrie

$$Y = 31,00 + 3,17 x - 5,43 x^2.$$

Pentru reprezentarea grafică a ecuației se dau valori lui  $x$  :

| $x$ | $3,17 x$ | $x^2$ | $-5,43 x^2$ | $Y$   |
|-----|----------|-------|-------------|-------|
| 0,2 | 0,634    | 0,04  | -0,2172     | 31,40 |
| 0,4 | 1,268    | 0,16  | -0,8680     | 31,39 |
| 0,6 | 1,902    | 0,36  | -1,9550     | 31,00 |
| 0,8 | 2,536    | 0,64  | -3,4475     | 30,00 |
| 1,0 | 3,170    | 1,00  | -5,4300     | 28,71 |
| 1,2 | 3,800    | 1,44  | -7,8200     | 27,00 |

Folosind aceste ordonate se trasează curba de regresie (fig. 1.20).

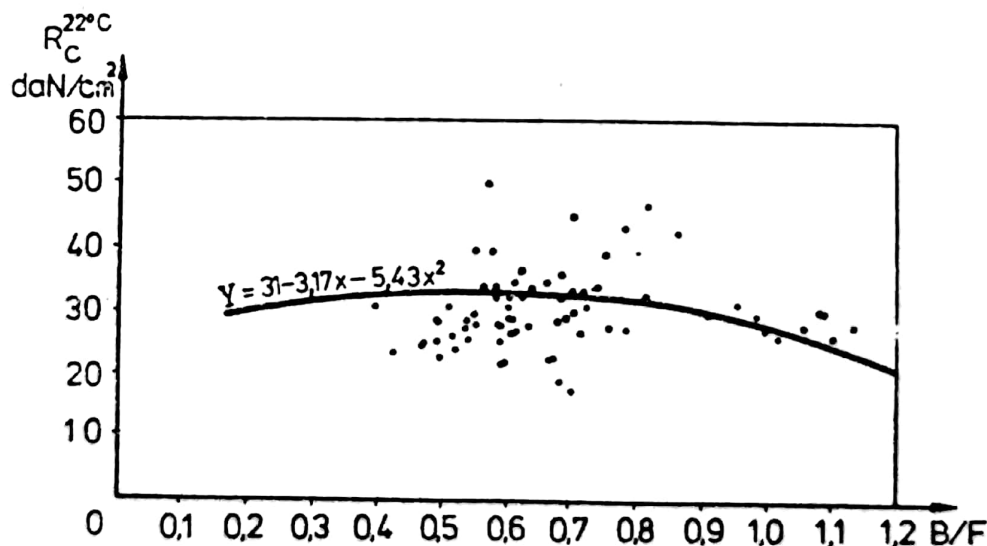


Fig. 1.20. Diagrama de dispersie și funcția de regresie parabolică.

Ecuația de regresie se mai poate scrie

$$R_c = 31,00 - 3,17 \frac{B}{F} - 5,43 \left( \frac{B}{F} \right)^2.$$

## 2. Precizia măsurării și semnificația încercărilor de stare și de comportare la drumuri



### 2.1. Interpretarea rezultatelor măsurătorilor

În general, determinarea caracteristicilor de stare sau de comportare ale unui material implică un ansamblu de măsurători elementare și de operații care alcătuiesc un anumit procedeu numit încercare.

Deși măsurarea unei mărimi constituie o operație curentă, chiar atunci când se utilizează instrumente și procedee relativ simple, această operație poate îmbrăca aspecte complexe în ceea ce privește semnificația rezultatului obținut.

Operația de măsurare poate fi descompusă în următoarele faze :

- citirea pe o scară gradată sau pe un cadran avînd ca rezultat o indicație brută ;
- transformarea indicației brute într-o măsurătoare brută, pe baza unor curbe de corespondență ;
- transformarea măsurătorii brute în măsurătoare corectată cu ajutorul unor factori de corelație ;
- deducerea valorii cea mai probabile pe baza mai multor măsurători corectate ;
- stabilirea valorii adevărate a măsurătorii, care este raportul exact între mărimea măsurată și o mărime asemănătoare numită etalon. Prin etalon se înțelege un instrument care definește, materializează, conservă și reproduce unitatea de măsură.

Precizia unui instrument de măsură indică aptitudinea acestuia de a furniza indicații cît mai apropiate de valoarea adevărată a măsurătorii. Această precizie se poate determina fie „a posteriori“, efectuînd un număr mare de măsurători și interpretînd rezultatele prin metodele statistice cunoscute, fie „a priori“, analizînd succesiv toate erorile



experimentale sistematice sau întâmplătoare cum sînt: eroarea de citire  $e_1$ , eroarea de mobilitate  $e_2$ , eroarea de histerezis  $e_3$ , eroarea de fidelitate  $e_4$ , eroarea de zero  $e_5$ , eroarea de justețe a etalonării  $e_6$ , eroarea mărimii de referință  $e_7$  etc. Se calculează astfel o eroare rezultantă cu relația

$$e = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \dots + e_n^2. \quad (2.1)$$

## 2.2. Greșeli de măsurare. Erori sistematice și accidentale

În operația de măsurare greșelile cauzate de utilizarea necorespunzătoare a instrumentului de măsură, de neglijență, incompetență etc. pot introduce diferențe între valorile măsurate și valorile adevărate ale mărimilor măsurate.

Eroarea de măsurare este diferența dintre valoarea măsurată și valoarea adevărată, care apare în condițiile utilizării normale a aparatului și se definește prin relația

$$e_i = x_i - x_0 \quad (2.2)$$

unde:  $e_i$  este eroarea de măsurare a mărimii  $i$ ;

$x_i$  — rezultatul măsurătorii  $i$ ;

$x_0$  — valoarea adevărată a mărimii măsurate.

Eroarea totală a unei măsurători se poate descompune în doi termeni, conform relației

$$e_i = w + (w_i - w) \quad (2.3)$$

unde:  $w$  este o constantă și reprezintă eroarea sistematică a măsurătorii. Ea poate fi depistată prin calcul sau experimental și se elimină printr-o corecție adecvată.

$(w_i - w)$  — o mărime variabilă și reprezintă eroarea accidentală a măsurării. Estimarea ei se face prin măsurători comparative pe etaloane și comparind valorile medii obținute prin testele de semnificație cunoscute.

Eroarea sistematică caracterizează justețea măsurătorii și reproductibilitatea sa.

Reproductibilitatea caracterizează concordanța dintre rezultatele obținute la măsurătorile aceleiași mărimi, atunci cînd acestea sînt efectuate folosind diferite metode și instrumente sau de către operatori diferiți, în laboratoare diferite etc.

## 2.3. Supravegherea statistică a activității laboratoarelor rutiere

### 2.3.1. Depistarea erorilor sistematice

Prezența unei erori sistematice se manifestă printr-o diferență semnificativă între valoarea adevărată și valoarea rezultată din analiză. În cazul în care nu există nici o eroare sistematică, valorile rezultate sînt identice cu valorile adevărate. Această situație [7] se poate exprima analitic prin relația

$$y = x \quad (2.4)$$

aceasta fiind ecuația unei drepte care trece prin origine și care are înclinarea la  $45^\circ$  (fig. 2.1).

În cazul în care apare o eroare sistematică constantă, situația se exprimă analitic prin relația

$$y = a + x \quad (2.5)$$

care este ecuația unei drepte paralele cu dreapta  $y = x$  (fig. 2.1) și care taie axa  $y$  în punctul  $y = a$ .

Dacă pe lîngă eroarea sistematică constantă se mai manifestă în același timp și o eroare sistematică variabilă, acest caz se exprimă analitic prin ecuația dreptei care taie axa  $y$  în punctul  $y = a$ , dar nu este paralelă cu dreapta  $y = x$ , și are forma

$$y = a + bx. \quad (2.6)$$

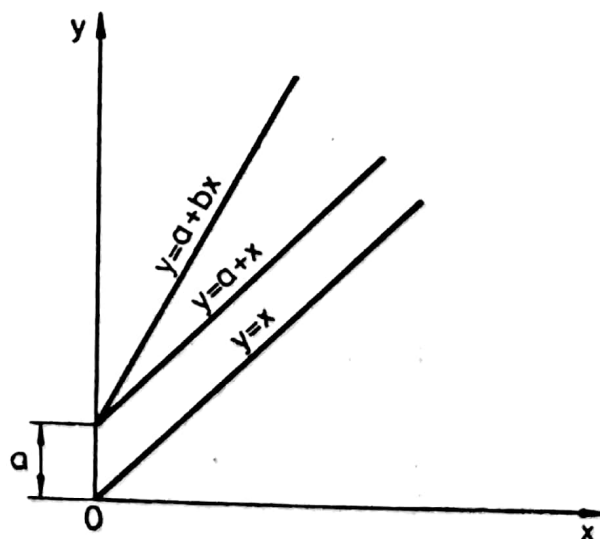


Fig. 2.1. Erorile sistematice de analiză.

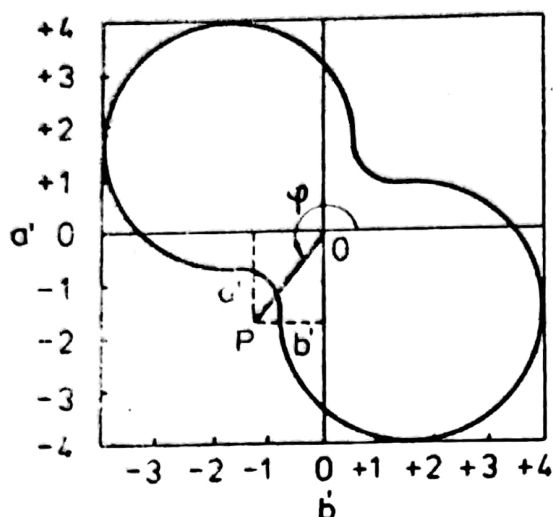


Fig. 2.2. Distribuția bidimensională și controlul domeniului de împrăștiere pentru  $P=99\%$ .

2.2 avînd conturul domeniului de împrăștiere pentru  $P = 99\%$ .

În cazul unei distribuții bidimensionale, dispersia totală,  $s^2$  se calculează [7] cu relația

$$s^2 = s_a^2 + s_b^2 \quad (2.7)$$

iar abaterile  $a'$  și  $b'$ , se măsoară în unități  $s_a$  și respectiv  $s_b$ , conform relațiilor

$$a' = \frac{a}{s_a}; \quad (2.8)$$

și

$$b' = \frac{b}{s_b}. \quad (2.9)$$

Domeniul de împrăștiere se exprimă în coordonate polare cu relația

$$\Delta_x(\varphi) = t_{(P,n)} \sqrt{1 - \bar{x} \frac{s_a}{s_b} \sin 2\varphi}. \quad (2.10)$$

Verificarea se face grafic ca în fig. 2.2, reprezentînd în graficul distribuției normale punctul  $P$  de coordonate  $a'$  și  $b'$ . În cazul în care punctul  $P$  cade în afara domeniului de împrăștiere, înseamnă că în analizele efectuate s-au produs erori sistematice.

Verificarea se poate face [7] și prin calcul comparînd segmentul  $OP = \sqrt{a'^2 + b'^2}$  cu valoarea  $\Delta_x(\varphi_p)$ , în care  $\varphi_p$  este dat pe relația

$$\varphi_p = \arctg \frac{a'}{b'}. \quad (2.11)$$



Dacă din calcul rezultă  $OP > \Delta_x(\varphi_p)$ , înseamnă că la analize s-au produs erori sistematice care trebuie depistate și eliminate.

**Exemplul de calcul 2.1.** S-a conceput în laborator un nou procedeu de extracție a bitumului din mixturi, la rece, folosind aparatul tip A. Să se verifice noua metodă în scopul omologării ei, cunoscând că la efectuarea determinărilor s-au obținut rezultatele din tabelul următor.

| $x_i$<br>(cunoscut) | $y_i$<br>(rezultat<br>din analize) | $\Delta_i = y_i - x_i$ | $x_i^2$ | $\Delta_i^2$ | $x_i \Delta_i$ |
|---------------------|------------------------------------|------------------------|---------|--------------|----------------|
| 7,9                 | 8,2                                | -0,3                   | 62,41   | 0,09         | 2,37           |
| 7,8                 | 8,0                                | -0,2                   | 60,48   | 0,04         | 1,56           |
| 7,7                 | 7,8                                | -0,1                   | 59,29   | 0,01         | 0,77           |
| 9,4                 | 9,5                                | -0,1                   | 88,36   | 0,01         | 0,94           |
| 9,3                 | 9,6                                | -0,3                   | 86,49   | 0,09         | 2,79           |
| 9,1                 | 9,3                                | -0,2                   | 82,81   | 0,04         | 2,73           |
| 9,2                 | 9,3                                | -0,1                   | 84,64   | 0,01         | 2,76           |
| 4,5                 | 4,6                                | -0,1                   | 20,25   | 0,01         | 1,35           |
| 4,6                 | 4,8                                | -0,2                   | 21,16   | 0,04         | 1,38           |
| 4,3                 | 4,6                                | -0,3                   | 18,49   | 0,09         | 1,29           |
| $\Sigma$ 73,8       | —                                  | -1,9                   | 584,38  | 0,43         | 17,94          |

Constantele dreptei corespunzătoare  $\Delta_i = a + bx$  se calculează cu relațiile

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (2.12)$$

$$a = \bar{\Delta} - b\bar{x}. \quad (2.13)$$

Înlocuind valorile cunoscute în relațiile de mai înainte rezultă

$$b = 2,08; a = -15,16.$$

Dispersia generală se calculează cu relația

$$s_0^2 = \frac{\sum \Delta_i^2 - a \sum \Delta_i - b \sum x_i \Delta_i}{n - 2}. \quad (2.14)$$

Înlocuind, rezultă  $s_0^2 = 1,13$ .

Abaterile standard parțiale se calculează cu relațiile

$$s_b = \sqrt{\frac{ns_0^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (2.15)$$

$$s_a = s_b \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}. \quad (2.16)$$

Înlocuind, rezultă :  $s_b = 0,168$ ,  $s_a = 1,285$ .

Coordonatele  $a'$  și  $b'$  vor avea valorile :  $a' = -11,8$  ;  $b' = 12,4$ .

Segmentul  $OP$  va avea valoarea  $OP = 17,1$ .

Valoarea  $\Delta x(\varphi_p)$ , determinată cu relația (2.11) este 3,97.

Deoarece  $OP > \Delta x(\varphi_p)$ , înseamnă că la analizele folosind noua metodă se produc erori sistematice. Aceste erori se datoresc faptului că în timpul analizei, soluția de bitum și petrol deversează uneori peste marginile superioare ale cartușului, antrenând parte fină de agregat în mod sistematic.

Se propune utilizarea unor cartușe mai înalte de exemplu cu circa 5 cm față de cele experimentate pentru a elimina cauzele care au condus la apariția acestor erori. După luarea acestor măsuri se va reface verificarea pe baza noilor rezultate obținute.

### 2.3.2. *Prezentarea rezultatelor măsurătorilor*

Rezultatul unei măsurători se exprimă prin estimarea valorii adevărate și prin intervalul de încredere pentru o probabilitate dată  $P$ . La rotunjirea datelor se urmărește ca fiecare rezultat individual să aibă două cifre semnificative, astfel încât abaterile  $(x_i - \bar{x})$  să aibă cel puțin două cifre semnificative, iar valoarea medie trebuie exprimată cu același număr de zecimale ca și limitele intervalului de încredere.

### 2.4. **Semnificația încercărilor de stare și de comportare la drumuri**

Scopul unei încercări este de a determina valorile caracteristicilor de stare sau de comportare ale materialelor studiate. Deși măsurătorile pe care le implică o încercare sînt de regulă precise, atunci cînd încercarea se execută de mai multe ori, sau de către mai multe persoane, apare o dispersie a rezultatelor obținute. Spre deosebire de măsurătorile simple, în cazul încercărilor nu există mărimi care să poată fi considerate ca etaloane de referință, care să ofere așa-numitele „valori adevărate” cu ajutorul cărora să se poată calcula eroarea. Din aceste motive, factorul „operator” devine foarte important, încercările fiind efectuate numai de personal experimentat și verificat în permanență prin încercări încruciate între laboratoare, pentru a avea siguranță că procedeul este aplicat corect.

### 2.4.1. Analiza și interpretarea statistică a rezultatelor unor încercări între laboratoare

La analiza rezultatelor unor încercări între laboratoare, în componența erorii totale se disting :

1) Eroarea de repetare care, pentru un număr mare de încercări efectuate în cadrul aceluiași laborator, se poate considera că are o distribuție normală, cu valoarea medie egală cu zero și cu varianța  $V(r)$  definită cu relația

$$V(r) = \sigma^2(r). \quad (2.17)$$

2) Eroarea laboratorului, care pentru un număr mare de laboratoare ce aplică corect metoda respectivă, se poate considera că are o distribuție normală, cu valoarea medie egală cu zero și cu varianța  $V(L)$  definită cu relația

$$V(L) = \sigma^2(L). \quad (2.18)$$

Ca urmare, varianța de reproductibilitate a încercării  $V(R)$  este definită de relația

$$V(R) = V(r) + V(L). \quad (2.19)$$

Alegerea numărului de repetări și a numărului de laboratoare pentru realizarea unei încercări între laboratoare depinde de precizia dorită pentru estimațiile varianțelor de repetabilitate și de reproductibilitate menționate mai înainte. Practica a arătat [10, 34, 48] că numărul minim de repetări pentru fiecare laborator trebuie să fie 2, iar numărul minim de laboratoare să fie 12.

Evidențierea rezultatelor pentru analiza unei încercări între laboratoare se face de regulă într-un tabel care comportă  $p$  linii (laboratoare) și în fiecare linie  $n$  rezultate (repetări), ordinea rezultatelor în cadrul unei linii fiind indiferentă (tabelul 2.1).

Analiza rezultatelor unei încercări între laboratoare cuprinde următoarele etape :

1) Eliminarea rezultatelor aberante pentru repetabilitate, folosind criteriul Cochran ; în funcție de numărul variantelor de repetabilitate  $n$  și de numărul varianțelor de repetabilitate  $p$ , testul Cochran (tabelul 2.2) dă limita care nu are decît o șansă de 1% de a fi depășită, dacă ansamblul varianțelor este omogen.



Tabelul 2.1. Evidența rezultatelor pentru analiza unei încercări între laboratoare

| Laboratorul | Rezultate                                | Total      | Valoare medie |
|-------------|------------------------------------------|------------|---------------|
| $L_1$       | $x_{11}x_{12} \dots x_{1k} \dots x_{1n}$ | $X_1$      | $x_1$         |
| $L_2$       | $x_{21}x_{22} \dots x_{2k} \dots x_{2n}$ | $X_2$      | $x_2$         |
| $\vdots$    | $\vdots$                                 | $\vdots$   | $\vdots$      |
| $L_i$       | $x_{i1}x_{i2} \dots x_{ik} \dots x_{in}$ | $X_i$      | $x_i$         |
| $\vdots$    | $\vdots$                                 | $\vdots$   | $\vdots$      |
| $L_p$       | $x_{p1}x_{p2} \dots x_{pk} \dots x_{pn}$ | $X_p$      | $x_p$         |
|             |                                          | $\Sigma X$ | $\Sigma x$    |

Notății:  $x_{ik}$  – rezultatul probei  $k$  din laboratorul  $L_i$  în care  $i = 1, 2, 3, \dots, p$ , iar  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ;

$X_i$  – totalul rezultatelor din laboratorul  $L_i$ ;

$x_i$  – valoarea medie a rezultatelor din laboratorul  $L_i$ ;

$X$  – suma tuturor rezultatelor;

$x$  – valoarea medie a tuturor rezultatelor.

Tabelul 2.2. Testul Cochran

| $p \backslash n$ | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2                | 0,999 | 0,995 | 0,979 | 0,959 | 0,937 | 0,917 | 0,899 | 0,882 | 0,867 |
| 4                | 0,968 | 0,861 | 0,781 | 0,721 | 0,676 | 0,611 | 0,613 | 0,590 | 0,570 |
| 6                | 0,883 | 0,722 | 0,626 | 0,563 | 0,519 | 0,487 | 0,461 | 0,440 | 0,423 |
| 8                | 0,794 | 0,615 | 0,521 | 0,463 | 0,423 | 0,393 | 0,370 | 0,352 | 0,337 |
| 10               | 0,717 | 0,536 | 0,447 | 0,393 | 0,357 | 0,331 | 0,311 | 0,291 | 0,281 |
| 15               | 0,575 | 0,407 | 0,332 | 0,288 | 0,259 | 0,239 | 0,223 | 0,210 | 0,200 |
| 20               | 0,480 | 0,330 | 0,265 | 0,229 | 0,205 | 0,188 | 0,175 | 0,165 | 0,157 |
| 30               | 0,363 | 0,211 | 0,191 | 0,163 | 0,145 | 0,133 | 0,123 | 0,116 | 0,110 |
| 40               | 0,249 | 0,191 | 0,151 | 0,128 | 0,113 | 0,103 | 0,096 | 0,090 | 0,085 |
| 60               | 0,215 | 0,137 | 0,107 | 0,090 | 0,080 | 0,072 | 0,067 | 0,062 | 0,059 |
| 120              | 0,122 | 0,076 | 0,058 | 0,049 | 0,043 | 0,039 | 0,036 | 0,033 | 0,032 |

Dacă valoarea  $g$  definită cu una din relațiile

$$g = \frac{s_{max}^2}{s_1} \quad (2.20)$$

sau

$$g = \frac{w_{max}^2}{u^2} \quad (2.21)$$

depășește limita dată în tabelul Cochran, se examinează rezultatele laboratorului respectiv și se elimină rezultatele anormale; testul se reia considerînd o nouă valoare.

2) Eliminarea laboratoarelor aberante pentru reproductibilitate se face calculînd rapoartele din tabelul 2.3.

**Tabelul 2.3. Formule de calcul pentru rapoartele utilizate în testul Dixon**

| Raport   | Testul celei mai mici medii<br>$m_1$ | Testul celei mai mari medii<br>$M_1$ |
|----------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $r_{10}$ | $\frac{m_2 - m_1}{M_1 - m_1}$        | $\frac{M_1 - M_2}{M_1 - m_1}$        |
| $r_{11}$ | $\frac{m_2 - m_1}{M_2 - m_1}$        | $\frac{M_1 - M_2}{M_1 - m_2}$        |
| $r_{12}$ | $\frac{m_3 - m_1}{M_3 - M_1}$        | $\frac{M_1 - M_2}{M_1 - m_3}$        |
| $r_{20}$ | $\frac{m_3 - m_1}{M_1 - m_1}$        | $\frac{M_1 - M_3}{M_1 - m_3}$        |
| $r_{21}$ | $\frac{m_3 - m_1}{M_2 - m_1}$        | $\frac{M_1 - M_3}{M_1 - m_2}$        |
| $r_{22}$ | $\frac{m_3 - m_1}{M_3 - m_1}$        | $\frac{M_1 - M_3}{M_1 - m_3}$        |

Se compară valorile găsite pentru aceste rapoarte cu cele din tabelul lui Dixon (tabelul 2.4); orice raport superior limitei indicate în tabel implică eliminarea laboratorului respectiv.

3) Analiza de varianță. În această etapă se calculează suma abaterilor totale  $Z_t$  cu relația

$$Z_t = S_t - T_e \quad (2.22)$$

unde :

$$S_t = \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^n x_{ik}^2 \quad (2.23)$$

$$T_e = \frac{x^2}{np} \quad (2.24)$$

**Tabelul 2.4. Valorile rapoartelor  $r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{20}, r_{21}, r_{22}$ , care nu au decît o șansă la sută de a fi depășite, atunel cînd mediile constituie un ansamblu omogen. Testul Dixon.**

| $p$ | $r_{10}$ | $r_{11}$ | $r_{12}$ | $r_{20}$ | $r_{21}$ | $r_{22}$ |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 4   | 0,926    | 0,995    | —        | 0,996    | —        | —        |
| 5   | 0,821    | 0,937    | 0,996    | 0,905    | 0,998    | —        |
| 6   | 0,740    | 0,839    | 0,951    | 0,865    | 0,970    | 0,998    |
| 7   | 0,680    | 0,782    | 0,875    | 0,811    | 0,919    | 0,970    |
| 8   | 0,634    | 0,725    | 0,797    | 0,746    | 0,868    | 0,922    |
| 9   | 0,598    | 0,677    | 0,739    | 0,700    | 0,816    | 0,973    |
| 10  | 0,568    | 0,639    | 0,694    | 0,661    | 0,760    | 0,826    |
| 11  | 0,542    | 0,606    | 0,658    | 0,627    | 0,713    | 0,781    |
| 12  | 0,522    | 0,580    | 0,629    | 0,612    | 0,675    | 0,740    |
| 13  | 0,503    | 0,558    | 0,612    | 0,590    | 0,649    | 0,705    |
| 14  | 0,488    | 0,539    | 0,580    | 0,571    | 0,627    | 0,674    |
| 15  | 0,475    | 0,522    | 0,560    | 0,554    | 0,607    | 0,647    |
| 16  | 0,463    | 0,508    | 0,544    | 0,539    | 0,589    | 0,624    |
| 17  | 0,452    | 0,495    | 0,529    | 0,526    | 0,573    | 0,605    |
| 18  | 0,442    | 0,484    | 0,516    | 0,514    | 0,559    | 0,589    |
| 19  | 0,433    | 0,473    | 0,504    | 0,503    | 0,547    | 0,575    |
| 20  | 0,425    | 0,461    | 0,493    | 0,494    | 0,536    | 0,562    |
| 21  | 0,418    | 0,455    | 0,483    | 0,485    | 0,526    | 0,551    |
| 22  | 0,411    | 0,446    | 0,474    | 0,477    | 0,517    | 0,541    |
| 23  | 0,404    | 0,439    | 0,465    | 0,469    | 0,509    | 0,532    |
| 24  | 0,399    | 0,432    | 0,457    | 0,462    | 0,501    | 0,524    |
| 25  | 0,393    | 0,426    | 0,450    | 0,456    | 0,493    | 0,516    |
| 26  | 0,388    | 0,420    | 0,443    | 0,450    | 0,486    | 0,508    |
| 27  | 0,384    | 0,411    | 0,437    | 0,440    | 0,479    | 0,501    |
| 28  | 0,380    | 0,409    | 0,431    | 0,439    | 0,472    | 0,495    |
| 29  | 0,376    | 0,404    | 0,427    | 0,434    | 0,466    | 0,489    |
| 30  | 0,372    | 0,399    | 0,420    | 0,428    | 0,460    | 0,483    |

În continuare se calculează suma pătratelor abaterilor între laboratoare  $Z_t$  cu relația

$$Z_t = \frac{S_t}{n} - T_c \quad (2.25)$$

unde  $S_t$  reprezintă suma pătratelor pentru toate laboratoarele

$$S_t = \sum_{i=1}^p x_i^2 \quad (2.26)$$

Varianța totală  $Z_r$  se determină cu relația

$$Z_r = Z_t - Z_c \quad (2.27)$$

4) Estimarea abaterilor tip de repetabilitate și de reproductibilitate.



Abaterea tip de repetabilitate se determină cu relația

$$\sigma_r = \sqrt{V(r)} \quad (2.28)$$

unde  $V_r$  este varianța de repetabilitate

$$V_r = \frac{Z_r}{(n-1)p - a} \quad (2.29)$$

$a$  fiind numărul rezultatelor care lipsesc sau numărul rezultatelor care au fost respinse și estimate.

Varianța de reproductibilitate se determină cu relația (2.19), unde  $V(L)$  reprezintă varianța între laboratoare

$$V(L) = \frac{z_l}{n(p-1)} - \frac{z_r}{n(n-1)p} \quad (2.30)$$

Abaterea tip de reproductibilitate se determină cu relația

$$\sigma_R = \sqrt{V_R} \quad (2.31)$$

Valorile abaterilor tip de repetabilitate și de reproductibilitate sînt menționate, de regulă, în modurile de lucru. Cunoașterea acestor valori este utilă pentru rezolvarea următoarelor probleme :

— stabilirea intervalului de încredere pentru valoarea medie a rezultatelor, folosind în acest scop relația

$$L = \bar{x} \pm 1,96 \sqrt{\sigma_R^2 - \left(1 - \frac{1}{n}\right) \sigma_r^2} \quad (2.32)$$

— verificarea stabilității în timp a caracteristicilor de repetabilitate și reproductibilitate ale unei metode de încercare ;

— aprecierea ameliorării unui procedeu de încercare ca urmare a unor îmbunătățiri tehnice.

**Exemplul de calcul 2.2.** În cele ce urmează se prezintă un exemplu de analiză și interpretare statistică a rezultatelor unei încercări între laboratoare, pentru determinarea dozajului de bitum, folosind un aparat de extracție tip A, în cadrul rețelei de laboratoare a Direcției de drumuri și poduri Iași. La această încercare au participat 12 laboratoare, numărul de determinări pentru fiecare laborator fiind 3. Rezultatele obținute au fost evidențiate în tabelul următor.

| Laboratorul<br>$L_i$ | Rezultate |     |     | Total<br>$X_i$ | Media<br>$\bar{x}_i$ | Amplitudinea<br>$w_i$ | Varianta<br>$s_i^2$ |
|----------------------|-----------|-----|-----|----------------|----------------------|-----------------------|---------------------|
|                      | 1         | 2   | 3   |                |                      |                       |                     |
| $L_1$                | 7,5       | 7,3 | 7,2 | 22,0           | 7,33                 | 0,3                   | 0,230               |
| $L_2$                | 7,7       | 7,6 | 7,5 | 22,8           | 7,60                 | 0,2                   | 0,010               |
| $L_3$                | 7,2       | 7,3 | 7,4 | 21,9           | 7,30                 | 0,2                   | 0,010               |
| $L_4$                | 7,8       | 7,7 | 7,5 | 23,0           | 7,67                 | 0,3                   | 0,023               |
| $L_5$                | 7,6       | 7,5 | 7,6 | 22,7           | 7,57                 | 0,1                   | 0,010               |
| $L_6$                | 7,8       | 7,4 | 7,3 | 22,5           | 7,50                 | 0,5                   | 0,070               |
| $L_7$                | 7,3       | 7,2 | 7,1 | 21,6           | 7,20                 | 0,2                   | 0,010               |
| $L_8$                | 7,5       | 7,7 | 7,9 | 23,1           | 7,70                 | 0,4                   | 0,040               |
| $L_9$                | 7,4       | 7,9 | 8,0 | 23,3           | 7,77                 | 0,6                   | 0,103               |
| $L_{10}$             | 7,2       | 7,1 | 7,5 | 21,8           | 7,27                 | 0,4                   | 0,041               |
| $L_{11}$             | 7,0       | 7,1 | 6,9 | 21,0           | 7,00                 | 0,2                   | 0,010               |
| $L_{12}$             | 7,9       | 7,5 | 7,6 | 23,0           | 7,67                 | 0,3                   | 0,081               |
| Total                |           |     |     | 268,7          |                      |                       | 1.032               |

1) Testul Cochran pentru eliminarea rezultatelor aberante, pentru repetabilitate  $g = 0,100$ ; pentru  $n = 3$ ,  $p = 12$ ,  $\alpha = 1\%$ , rezultă din tabelul Cochran  $g = 0,653$ . Nu sînt rezultate aberante.

2) Eliminarea laboratoarelor aberante pentru reproducibilitate. Se grupează cele mai mici medii și cele mai mari medii (primele trei valori), după cum urmează :

$$m_1 \quad m_2 \quad m_3 \dots M_1 \quad M_2 \quad V_1$$

$$7,00 \quad 7,20 \quad 7,27 \dots 7,67 \quad 7,70 \quad 7,77.$$

| Rapoartele | Pentru $m_i$ | Pentru $M_i$ | Limite după Dixon |
|------------|--------------|--------------|-------------------|
| $r_{10}$   | 0,260        | 0,091        | 0,522             |
| $r_{11}$   | 0,286        | 0,123        | 0,580             |
| $r_{12}$   | 0,298        | 0,140        | 0,629             |
| $r_{20}$   | 0,350        | 0,130        | 0,612             |
| $r_{21}$   | 0,385        | 0,175        | 0,675             |
| $r_{22}$   | 0,402        | 0,200        | 0,740             |

Deoarece valorile acestor rapoarte sînt inferioare limitelor indicate în tabelul lui Dixon, rezultă că nu sînt laboratoare aberante.

## 3) Calculul analizei de varianță

$$T_t = 2\,005,54$$

$$S_t = 1\,988,75$$

$$S_l = 5\,942,37$$

$$Z_t = -16,7969$$

$$Z_l = \frac{5\,942,37}{3} - 2\,005,54 = -24,4167$$

$$Z_r = 7,62.$$

4) Estimarea abaterilor tip de repetabilitate și reproductibilitate.  
*Repetabilitatea :*

$$V_r = 0,1905 ; \sigma_r = 0,436$$

*Reproductibilitatea :*

$$V_L = 0,6764 ; V_R = 0,8669 ; \sigma_R = 0,931.$$

2.4.2. *Criterii statistice AASHTO\*[52] de apreciere a acceptabilității rezultatelor de laborator*

În practica de laborator, de mare utilitate sînt criteriile de apreciere a acceptabilității rezultatelor obținute la analize și încercări. Aceste criterii nu pot fi stabilite decît pe baza a numeroase studii și încercări în cadrul aceluiași laborator sau între laboratoare, folosind metode și tehnici de genul celor ilustrate la pct. 2.4.1.

În cadrul laboratoarelor de drumuri din țara noastră există puține studii de acest gen și ca urmare, standardele românești, care reglementează modul de lucru pentru analize și încercări în acest domeniu, nu indică astfel de criterii. De aceea s-a considerat că este utilă realizarea unei sinteze a criteriilor AASHTO\*\* de apreciere a acceptabilității rezultatelor pentru analize și încercări curente asupra materialelor rutiere ; aceste criterii trebuie utilizate orientativ în practica de laborator urmînd ca, în timp, pe baza unor studii de repetabilitate și reproducti-

\* Asociația Americană pentru Transporturi și Autostrăzi.

\*\* Între analizele și încercările AASHTO prezentate și analizate și încercările corespundente românești nu există deosebiri esențiale.



bilitate temeinice să se adapteze și să se standardizeze în funcție de condițiile specifice materialelor din țara noastră. Se menționează că toate aceste criterii permit aprecierea acceptabilității rezultatelor pentru analize și încercări asupra materialelor cu un nivel de încredere de 95%.

În continuare se prezintă pe scurt aceste criterii.

1) Penetrația materialelor bituminoase (AASHTO, T 49-74). Estimările de precizie se bazează pe datele din tabelul 2.5.

Tabelul 2.5. Elementele încercării pentru penetrație

| Elementele încercării  | Bitumuri cu penetrație sub 50 (1/10 mm) | Bitumuri cu penetrație 50 și mai mare | Gudron |
|------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------|--------|
| Numărul probelor       | 2                                       | 7                                     | 2      |
| Numărul laboratoarelor | 16                                      | 27                                    | 19     |
| Elementele probei      | 3                                       | 3                                     | 3      |

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator pe aceeași probă, în același laborator, folosind același aparat. În diferite zile, pot fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult decât următoarele valori :

- bitumuri cu penetrația la  $25^{\circ}\text{C} < 50(1/10 \text{ mm})$  : 1/10 mm ;
- bitumuri cu penetrația la  $25^{\circ}\text{C} \geq 50(1/10 \text{ mm})$  : 3% din valoarea medie ;
- gudroane încercate la  $25^{\circ}\text{C}$  : 15% din valoarea medie.

**Reproductibilitate :** două rezultate obținute de operatori diferiți, în diferite laboratoare, în diferite zile, pot fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult decât următoarele valori :

- bitumuri cu penetrație la  $25^{\circ}\text{C} < 50(1/10 \text{ mm})$  : 4/10 mm ;
- bitumuri cu penetrația la  $25^{\circ}\text{C} \geq 50(1/10 \text{ mm})$  : 8% din valoarea medie ;
- gudroane încercate la  $25^{\circ}\text{C}$  : 1/10 mm.

2) Punctul de aprindere al bitumului, Cleveland (AASHTO, T 48-74).

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $8^{\circ}\text{C}$ .

**Reproductibilitate :** două rezultate obținute în laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $14^{\circ}\text{C}$ .

3) Punctul de înmuiere în bilă în etilen-glicol (AASHTO T 53-74).

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $2^{\circ}\text{C}$ .

*Reproductibilitate* : două rezultate obținute în laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de 3°C.

4) Viscositatea specifică Engler (AASHTO, T 54—61 (1974)).

Rezultatele obținute nu vor diferi de valoarea medie cu mai mult decât următoarele valori :

*Repetabilitate* (un operator și un aparat): 4 %.

*Reproductibilitate* (diferiți operatori și diferite aparate) : 6%.

5) Solubilitatea în tetraclorură de carbon (AASHTO, T 44—70).

Estimarea abaterilor standard ale populației și criteriile de apreciere a acceptabilității rezultatelor cu un nivel de încredere de 95% sînt date în tabelul 2.6.

Tabelul 2.6. Abateri standard și criteriile de apreciere

| Materialul | În cadrul aceleiași laborator |                | Între laboratoare |                    |
|------------|-------------------------------|----------------|-------------------|--------------------|
|            | Abateri standard              | Repetabilitate | Abateri standard  | Reproductibilitate |
| Bitumuri   | 0,035                         | 0,10           | 0,090             | 0,26               |
| Gudroane   | 0,11                          | 0,31           | 0,22              | 0,61               |

6) Pierderea în greutate a bitumului, prin încălzire (AASHTO, T 47—74).

Pentru valori ale pierderii pînă la 5% : două rezultate obținute de același operator, pe aceeași probă, în același laborator, vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu 0,5%.

Pentru valori ale pierderii peste 5% : valoarea erorii admise va crește cu 0,01 pentru fiecare creștere de 0,5%.

7) Conținutul de apă din produsele petroliere (AASHTO, T 55—70).

*Repetabilitate* : două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult decât următoarele cantități :

— 0,1 ml pentru un volum de apă colectat de 0—1 ml.

— 0,1 ml sau 2% din medie pentru un volum de apă colectat de 1,1—25 ml.

*Reproductibilitate* : două rezultate obținute în două laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult decât următoarele cantități :

— 0,2 ml pentru un volum de apă colectat de 0—1 ml ;

— 0,2 ml sau 2% din medie pentru un volum de apă colectat de 1,1—25 ml.

8) Conținutul de apă din emulsii bituminoase (AASHTO, T 59—74).



**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferența dintre ele depășește 0,8%, pentru un conținut de apă de 30—50% din masa emulsiei.

**Reproductibilitate :** două rezultate obținute în două laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferența dintre ele depășește valoarea de 2%, pentru un conținut de apă de 30—50% din masa emulsiei.

9) Determinarea reziduului emulsiilor prin evaporare (AASHTO, T 59—74).

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de 0,4%, pentru un reziduu de 50—70% din masa emulsiei.

**Reproductibilitate :** două rezultate obținute în laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de 0,8% pentru un reziduu de 50—70% din masa emulsiei.

10) Determinarea vîscozității emulsiei bituminoase (AASHTO, T 59—74).

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator pe aceeași probă vor fi considerate suspecte dacă diferă față de medie cu mai mult decît următoarele valori :

- 5% pentru vîscozități la 25°C cuprinse între 20 și 100 s ;
- 9,6% pentru vîscozități la 50°C cuprinse între 75 și 100 s.

**Reproductibilitate :** rezultatele obținute de două laboratoare diferite, pe aceeași probă, vor fi considerate suspecte dacă diferă față de medie cu mai mult decît următoarele valori :

- 15% pentru vîscozități la 25°C cuprinse între 20 și 100 s ;
- 21% pentru vîscozități la 50°C cuprinse între 75 și 400 s.

11) Determinarea gradului de sedimentare a emulsiilor bituminoase (AASHTO, T 59—74) :

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă față de medie cu mai mult decît valorile :

- 0% pentru valori ale sedimentării de 0—1% din masa emulsiei ;
- 5% pentru valori ale sedimentului mai mari de 1%.

**Reproductibilitate :** două rezultate obținute în laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă cu mai mult decît următoarele valori :

- 0,8% din masa emulsiei pentru valori ale sedimentării de 0—1% ;
- 10% față de medie pentru valori ale sedimentării mai mari de 1% din masa emulsiei.

12) Determinarea stabilității de stocare a emulsiilor (AASHTO, T 59—74).



**Repetabilitate :** diferența medie dintre rezultatele obținute de același operator, folosind același echipament, este de aproximativ 0,2%. Două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de 0,5%.

**Reproductibilitate :** diferența medie dintre două rezultate obținute în laboratoare diferite este de aproximativ 0,3%. Două rezultate obținute în laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferența dintre ele este mai mare de 0,6%.

13) Determinarea efectului căldurii și al aerului asupra materialelor asfaltice (încercarea pe filme subțiri — AASHTO, T 179-74).

**Tabelul 2.7. Criterii de repetabilitate**

| Repetabilitate                  | Abaterrea standard | Diferența admisă între două rezultate | Coeficient de variație | Diferența admisă % |
|---------------------------------|--------------------|---------------------------------------|------------------------|--------------------|
| Procent al penetrației inițiale | 1,13               | 4,0                                   | —                      | —                  |
| Pierdere în greutate :          |                    |                                       |                        |                    |
| — până la 0,4 %                 | 0,011              | 0,04                                  | —                      | —                  |
| — peste 0,4 %                   | —                  | —                                     | 2,9                    | 8,0                |

**Tabelul 2.8. Criterii de reproductibilitate**

| Reproductibilitate              | Abaterrea standard | Diferența admisă între două rezultate | Coeficient de variație | Diferența admisă |
|---------------------------------|--------------------|---------------------------------------|------------------------|------------------|
| Procent al penetrației inițiale | 2,90               | 8,0                                   | —                      | —                |
| Pierdere în greutate :          |                    |                                       |                        |                  |
| — până la 0,4 %                 | 0,055              | 0,16                                  | —                      | —                |
| — peste 0,4 %                   | —                  | —                                     | 11,0                   | 40               |

Conform datelor din tabelele 27 și 28, două rezultate obținute de același operator sau de mai mulți operatori vor fi considerate suspecte dacă diferența dintre ele depășește valorile din coloana 3.

Diferența dintre două rezultate exprimată în procente față de medie nu trebuie să depășească valorile din coloana 5.

14) Determinarea greutateii specifice a biturilor lichide, a gudroanelor și uleiurilor rutiere (AASHTO, T 228-68).

**Reproductibilitate :** diferența dintre rezultatele obținute în două laboratoare diferite nu trebuie să depășească valoarea 0,005 g/cm<sup>3</sup>.

15) Determinarea greutateii specifice a biturilor solide (AASHTO, T 229-74).

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $0,005 \text{ g/cm}^3$ .

**Reproductibilitate :** două rezultate obținute în laboratoare diferite, reprezentând fiecare valoarea medie a două determinări efectuate în laboratorul respectiv, vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $0,007 \text{ g/cm}^3$ .

16) Greutatea specifică și absorbția de apă a agregatului fin (AASHTO, T 84-74).

**Greutatea specifică.** Rezultatele obținute de același operator sau de mai mulți operatori pentru aceeași probă vor fi considerate suspecte dacă diferă față de valoarea medie cu mai mult de  $\pm 0,02 \text{ g/cm}^3$ .

**Absorbția de apă a agregatului fin.** Aprecierea acceptabilității rezultatelor obținute pe aceeași probă și în același laborator se va face conform următoarelor criterii :

- două rezultate obținute de același operator nu vor trebui să difere față de valoarea medie cu mai mult de  $\pm 0,31\%$  ;
- diferența între rezultatele a două încercări efectuate de același operator, pe aceeași probă, nu vor depăși valoarea  $0,45\%$ .

17) Greutatea specifică și absorbția agregatului mare (AASHTO, T 85-74).

**Greutatea specifică a agregatului mare.** Rezultatele obținute de același operator vor fi considerate suspecte când diferă față de medie cu mai mult de  $0,01 \text{ g/cm}^3$ .

**Absorbția de apă a agregatului mare.** Diferența între rezultatele obținute de același operator sau de mai mulți operatori nu va depăși valoarea  $\pm 0,09\%$ , față de medie.

18) Greutatea unitară a agregatelor (AASHTO, T 19-74).

**Repetabilitate :** două rezultate obținute de același operator pe aceeași probă și în același laborator nu vor trebui să difere cu mai mult de  $1\%$ .

19) Consistența normală a cimentului hidraulic (AASHTO, T 129-74)

**Repetabilitate :** două rezultate obținute în același laborator nu trebuie să difere cu mai mult de  $0,5\%$ .

**Reproductibilitate :** rezultatele obținute în două laboratoare diferite nu trebuie să difere cu mai mult de  $0,9\%$ .

20) Greutatea specifică a cimentului hidraulic (AASHTO, T 133-74).

**Repetabilitate :** rezultatele obținute de același operator, în același laborator, pentru aceeași probă, vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $0,03 \text{ g/cm}^3$ .

**Reproductibilitate :** rezultatele obținute în două laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $0,10$ .



21) Finețea de măcinare a cimentului portland (aparatură Blaine) (AASHTO, T 153-74).

*Reproductibilitate* : rezultatele obținute pentru aceeași probă, în două laboratoare diferite, vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult de  $200 \text{ cm}^2/\text{g}$ .

22) Excesul de apă în betonul de ciment (AASHTO, T 158-74).

*Repetabilitate* : două rezultate obținute de același operator, în aceeași zi, pe aceeași probă, nu vor depăși următoarele valori :

- 2% pentru exces de apă cuprins între 0 și 10% ;
- 3% pentru exces de apă cuprins între 10 și 20% ;
- 5% pentru exces de apă mai mare de 20%.

23) Finețea de măcinare a cimentului, prin sita de  $0,045 \text{ mm}$  (AASHTO, T 192-74).

*Reproductibilitate* :

- produse de finețe normală : rezultatele obținute de două laboratoare diferite, pe probe identice de ciment, nu vor trebui să difere cu mai mult de  $\pm 2,1\%$  ;
- produse de finețe superioară : rezultatele obținute de două laboratoare diferite, pe probe identice de ciment, nu vor trebui să difere cu mai mult de  $\pm 1,4\%$ .

24) Extracția cantitativă a bitumului din mixturi asfaltice. Metoda D (AASHTO, T 164-74).

*Repetabilitate* : două rezultate obținute de același operator vor fi considerate suspecte dacă ele diferă cu mai mult de următoarele valori :

- abaterea standard  $0,12\%$  ;
- conținutul de bitum  $0,34\%$ .

*Reproductibilitate* : două rezultate obținute în laboratoare diferite vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult decât următoarele valori :

- abaterea standard  $0,20\%$  ;
- conținutul de bitum  $0,56\%$ .

25) Greutatea specifică a mixturii asfaltice compactate. Metoda B (AASHTO, T 166-74)\*.

*Repetabilitate* : două rezultate obținute de același operator în același laborator, pe aceeași probă, vor fi considerate suspecte dacă diferă între ele cu mai mult decât valoarea  $0,020 \text{ g/cm}^3$ .

---

\* Pentru reproductibilitate nu există date în literatură, deoarece nu s-au efectuat studii între laboratoare.



26) Greutatea specifică maximă a mixturilor asfaltice (AASHTO. T 209-74). Criteriile de apreciere a acceptabilității rezultatelor sînt date în tabelul 2.9.

**Tabelul 2.9. Criterii de apreciere a acceptabilității rezultatelor**

| Metode                                          | Abaterca standard<br>1 s | Diferența acceptabilă<br>între două rezultate,<br>g/cm <sup>3</sup> |
|-------------------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| a. Metoda pentru agregate cu absorbție normală: |                          |                                                                     |
| – precizia unui singur operator                 | 0,0040                   | 0,011                                                               |
| – precizia între laboratoare                    | 0,0064                   | 0,019                                                               |
| b. Metoda pentru agregate poroase :             |                          |                                                                     |
| – precizia unui singur operator                 | 0,064                    | 0,018                                                               |
| – precizia între laboratoare                    | 0,163                    | 0,055                                                               |

### 3. Aplicații ale metodelor statistice în probleme de geotehnică rutieră

#### 3.1. Studiul variabilității pământurilor

Proprietățile pământurilor variază în timp și spațiu în funcție de condițiile în care acestea s-au format. Totuși, pentru o anumită zonă în care se află depozite de pământ, se poate afirma pe baza experienței că există o tendință generală ca proprietățile să fie mai apropiate ca valoare pentru punctele din spațiu din zona cercetată, decât în punctele mai îndepărtate. Studii detaliate privind variabilitatea caracteristicilor geotehnice ale pământurilor au arătat că pentru multe dintre ele coeficientul de variație se menține constant sau între anumite limite [20, 30].

După unii autori [20, 30] coeficienții de variație specifici pentru principalele caracteristici ale pământurilor sînt cei din tabelul 3.1.

Tabelul 3.1. Coeficienți de variație la pământuri

| Caracteristica geometrică a pământului | Coeficientul de variație<br>$C_v$ , % |
|----------------------------------------|---------------------------------------|
| Densitatea aparentă                    | 5 – 10                                |
| Volumul de goluri                      | 15 – 30                               |
| Compresibilitatea                      | 25 – 30                               |
| Coeziunea                              | 20 – 50                               |
| Coeficientul de consolidare            | 25 – 50                               |
| Tangenta unghiului de frecare internă  | 5 – 15                                |

### 3.2. Recoltarea probelor de pământ prin metode statistice

Investigațiile de teren și recoltarea probelor de pământ se fac în scopul de a determina acele proprietăți ale pământurilor, care au o importanță hotărâtoare pentru proiectare și care din punct de vedere statistic permit determinarea valorilor medii ale coeficienților de variație și ale funcțiilor de repartiție cu un anumit nivel de certitudine. În acest scop, traseul de drum se împarte în sectoare sau zone asemănătoare, fiecare dintre ele fiind tratată ca o populație independentă.

În cazul investigațiilor pentru lucrări de artă, recoltarea probelor de pământ se face, de regulă, pe o direcție, executând foraje. Adâncimile de recoltare pot fi alese sistematic, la intervale distanțate egal sau întâmplător.

În cazul în care trebuie recoltate  $N$  probe dintr-un singur foraj, pe adâncimea  $H$ , se mai poate utiliza și procedeul întâmplător, în straturi, care se obține prin împărțirea grosimii  $H$  în  $m$  substraturi de grosime  $h_i$  ( $i = 1 \dots m$ ), cu  $n_i$  probe alese la întâmplare pentru fiecare substrat (fig. 3.1).

În cazul forajelor, s-a constatat că cea mai eficientă metodă de recoltare a probelor este metoda sistematică. În anul 1974, Lumbe [30], studiind eficiența combinației schemelor de recoltare din fig. 3.1, pentru două direcții, a ajuns la concluzia că dintre cele trei combinații posibile, modelul sistematic pe două direcții se dovedește a fi cel mai eficient (fig. 3.2).

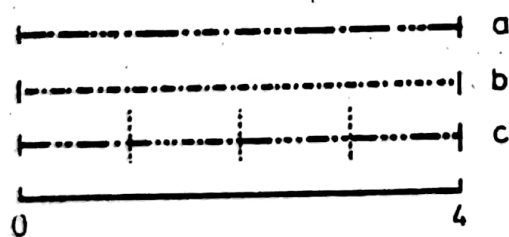


Fig. 3.1. Scheme de recoltare a probelor pentru foraje [30].

a — metoda întâmplătoare ; b — metoda sistematică ; c — metoda în straturi, întâmplătoare.

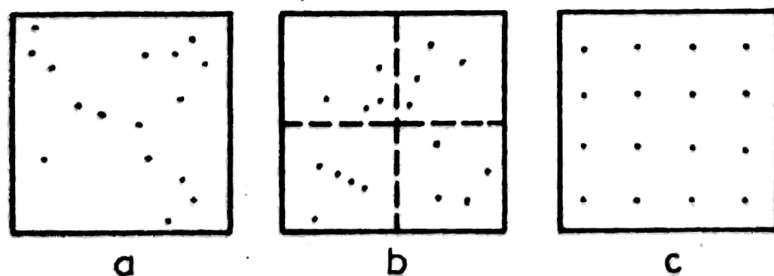


Fig. 3.2. Scheme de recoltare a probelor pe două direcții [30].

a — modelul întâmplător ; b — modelul în straturi, întâmplător ; c — modelul sistematic.



Eficientă pentru activitatea practică este și metoda întâmplătoare de recoltare a probelor, de pe un sector de drum, în scopul proiectării sistemului rutier, metodă recomandată de către Institutul de Asfalt din S.U.A.

În cele ce urmează, se prezintă un exemplu de aplicare a acestei metode, pentru determinarea pozițiilor punctelor de recoltare a probelor de pământ din patul drumului, în scopul verificării și reproiectării sistemului rutier nerigid, pentru un sector din drumul Tarhuna-Beni Walid din Libia.

**Exemplul de calcul 3.1.** Să se determine pozițiile punctelor de recoltare a probelor de pământ din patul drumului, pentru sectorul de drum km 16 + 000 — km 19 + 530, cunoscându-se următoarele :

— sectorul de drum trece prin două zone cu pământuri caracteristice, granița dintre ele fiind la km 17 + 500 ;

— lățimea părții carosabile a drumului ce se reproiectează este de 7,0 m ;

— probele de pământ din patul drumului se recomandă a se lua, conform specificațiilor, la intervale de 150 m.

Cunoscând granița dintre cele două zone cu pământuri caracteristice, se delimitează :

— sectorul I : km 16 + 000 — km 17 + 500 ;

— sectorul II : km 17 + 500 — km 19 + 580.

În ipoteza că probele de pământ se iau la intervale de 150 m, numărul punctelor din care se vor lua probele va fi :

— sectorul I :  $1\,500 : 150 = 10$  puncte ;

— sectorul II :  $2\,080 : 150 = 14$  puncte.

În conformitate cu metodologia recomandată de Institutul de Asfalt din S.U.A. se confecționează 28 de cartonașe pătrate având latura de 25 mm fiecare și se numerează de la 1 la 28. Aceste cartonașe se introduc într-un container, se amestecă și se extrage la întâmplare câte un cartonaș pentru fiecare din cele două sectoare. Pentru sectorul I, la extragere a rezultat cartonașul cu numărul 13, iar pentru sectorul II a rezultat cartonașul cu numărul 28. Cu cele două numere astfel obținute s-a selectat din anexa I câte o coloană de numere probabile, după cum urmează :

Pentru sectorul I numerele probabile selectate din coloana 13 sînt următoarele :

| Coloana<br>A | 10    | 9     | 8     | 7     | 6     | 5     | 4     | 3     | 2     | 1     |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Coloana<br>B | 0,328 | 0,774 | 0,560 | 0,017 | 0,144 | 0,571 | 0,959 | 0,033 | 0,127 | 0,217 |
| Coloana<br>C | 0,365 | 0,560 | 0,401 | 0,391 | 0,068 | 0,054 | 0,099 | 0,091 | 0,187 | 0,025 |

Determinarea pozițiilor punctelor de recoltare a probelor pentru sectorul I se face astfel :

| Lungime sector | × | Coloana B | = | Distanță început sector | + | Poziție origine sector | = | Poziție probă |
|----------------|---|-----------|---|-------------------------|---|------------------------|---|---------------|
| 1 500 m        |   | 0,328     |   | 492                     |   |                        |   | 16 + 492      |
|                |   | 0,774     |   | 1 161                   |   |                        |   | 17 + 161      |
|                |   | 0,560     |   | 840                     |   |                        |   | 16 + 840      |
|                |   | 0,047     |   | 70                      |   | 16 + 000               |   | 16 + 070      |
|                |   | 0,144     |   | 216                     |   |                        |   | 16 + 260      |
|                |   | 0,571     |   | 856                     |   |                        |   | 16 + 856      |
|                |   | 0,959     |   | 1 438                   |   |                        |   | 17 + 438      |
|                |   | 0,033     |   | 49                      |   |                        |   | 16 + 049      |
|                |   | 0,127     |   | 190                     |   |                        |   | 16 + 190      |
|                |   | 0,247     |   | 370                     |   |                        |   | 16 + 370      |

Determinarea pozițiilor probelor față de axa drumului pentru sectorul I se face astfel :

| Lățime sector | × | Coloana C | = | Distanță margine stînga îmbrăcăminte | — | 1/2 lățime îmbrăcăminte | = | Distanță față de axă |
|---------------|---|-----------|---|--------------------------------------|---|-------------------------|---|----------------------|
| 7,00 m        |   | 0,365     |   | 2,56                                 |   |                         |   | — 0,94               |
|               |   | 0,560     |   | 3,92                                 |   |                         |   | + 0,42               |
|               |   | 0,401     |   | 2,81                                 |   |                         |   | — 0,69               |
|               |   | 0,391     |   | 2,74                                 |   |                         |   | — 0,76               |
|               |   | 0,068     |   | 0,48                                 |   | 3,50 m                  |   | — 3,02               |
|               |   | 0,054     |   | 0,38                                 |   |                         |   | — 3,12               |
|               |   | 0,099     |   | 0,69                                 |   |                         |   | — 2,81               |
|               |   | 0,091     |   | 0,64                                 |   |                         |   | — 2 86               |
|               |   | 0,187     |   | 1,31                                 |   |                         |   | — 2,19               |
|               |   | 0,025     |   | 0,18                                 |   |                         |   | — 3,32               |

Pe baza rezultatelor obținute și așezînd pozițiile de recoltare a probelor în ordine crescătoare rezultă următoarea schemă pentru sectorul studiat :

| Nr. probei | Poziția kilometrică | Distanța față de axă |             |
|------------|---------------------|----------------------|-------------|
|            |                     | Stînga (—)           | Dreapta (+) |
| 1          | 16 + 049            | 2,86                 |             |
| 2          | 16 + 070            | 0,76                 |             |
| 3          | 16 + 190            | 2,19                 |             |
| 4          | 16 + 260            | 3,02                 |             |
| 5          | 16 + 370            | 3,32                 |             |
| 6          | 16 + 492            | 0,94                 |             |
| 7          | 16 + 844            | 0,69                 |             |
| 8          | 16 + 856            | 3,12                 |             |
| 9          | 17 + 161            |                      | 0,42        |
| 10         | 17 + 438            | 2,81                 |             |

Pentru sectorul II se procedează în mod similar, folosind numerele probabile selectate din anexa I, coloana 28, pentru cele 14 puncte.

### 3.3. Mărimea probelor. Eliminarea valorilor aberante

Numărul de probe ce se recoltează de pe fiecare sector depinde de precizia cu care se dorește să se facă aprecierea [30]. Dacă precizia cerută este

$$\Delta = \frac{\bar{y} - \bar{x}}{\bar{x}} \quad (3.1)$$

unde :  $\bar{x}$  este valoarea medie a șirului ;

$\bar{y}$  — valoarea medie a populației din care a fost extras șirul (în funcție de problema studiată se consideră o anumită precizie), atunci mărimea minimă a probei, care să estimeze valoarea medie în intervalul  $\bar{x} (1 \pm \Delta)$ , cu nivelul de încredere  $P = 1 - \alpha$ , este dată de relația

$$n = \left[ \frac{C_v \cdot t_{n-1}^{\alpha}}{\Delta} \right]^2 \quad (3.2)$$

unde  $C_v$  este coeficientul de variație cunoscut.

În cazul în care nu se dispune de valorile  $\bar{x}$ ,  $s$  și  $C_v$ , se va recolta o probă inițială cu un efectiv redus  $n_0$ , pentru a estima aceste valori, apoi se calculează  $n$ .

Pentru a indica importanța relativă a factorilor de variabilitate, se dau în tabelul 3.2 efectivele minime ale șirurilor de valori, în funcție de raportul  $\Delta/C_v$ , pentru diferite niveluri de încredere stabilite de Lumbe [30].

Tabelul 3.2. Efectivele minime ale șirurilor de valori

| $\Delta/C_v$     | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 | 1,50 | 2,00 |
|------------------|------|------|------|------|------|------|
| $P = 1 - \alpha$ |      |      |      |      |      |      |
| 99 %             | 110  | 30   | 16   | 10   | 7    | 5    |
| 95 %             | 64   | 18   | 9    | 7    | 5    | 4    |
| 90 %             | 45   | 13   | 7    | 5    | 4    | 3    |

Unele probe de pământ pot suferi în timpul recoltării sau a manipularii deteriorări astfel încât ele nu mai pot fi considerate probe „netulburate”. În asemenea cazuri, șirul de date obținut la încercarea probelor nu este pe deplin reprezentativ pentru populația din care au fost recoltate. Se impune astfel ca valorile suspecte din șirul de date să fie depistate și eliminate încă înainte de a se trece la calculul indicatorilor statistici.



Unul din procedeele de depistare și eliminare a valorilor aberante [30] se bazează pe calculul raportului

$$T_n = \left| \frac{x_n - \bar{x}}{s} \right| \quad (3.3)$$

unde  $x_n$  este valoarea extremă (cea mai mare sau cea mai mică). În cazul în care valoarea raportului  $T_n$  este mai mare decât valoarea critică calculată pentru distribuția respectivă și care se găsește întabelată în tabelul 3.3, valoarea  $x_n$  se elimină.

Tabelul 3.3. Valorile critice pentru eliminarea valorilor aberante

| $P = 1 - \alpha$ \ $n$ | 3    | 5    | 10   | 15   | 20   | 25   |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|
| 99,0 %                 | 1,15 | 1,75 | 2,41 | 2,71 | 2,88 | 3,01 |
| 97,5 %                 | 1,15 | 1,71 | 2,29 | 2,55 | 2,71 | 2,82 |
| 95,0 %                 | 1,15 | 1,61 | 2,18 | 2,41 | 2,56 | 2,66 |

Valorile critice pentru eliminarea valorilor aberante date mai înainte se referă la încercările care implică o singură limită superioară sau inferioară și pentru o distribuție normală a valorilor. Pentru testele care implică două limite aceste valori se dublează. Procedul se repetă pentru  $n - 1, n - 2, \dots, n - r$  ori, pînă cînd valoarea raportului  $T_{n-r}$  este mai mică decât valoarea critică corespunzătoare.

În cazul șirurilor mari, contaminarea probelor poate conduce la distribuții multimodale și în asemenea cazuri eliminare a valorilor aberante implică descompunerea în prealabil a distribuției multimodale în elementele componente.

### 3.4. Precizia și acuratețea încercărilor de rutină pentru clasificarea pămînturilor

Pentru o valoare adevărată  $x$ , careia îi corespunde un rezultat al încercării  $y$ , repetarea încercării asupra aceleiași probe va conduce în practică la un rezultat diferit de  $y$ , datorită lipsei de precizie a încercării. În același timp, valoarea medie a unei încercări repetate poate să difere de valoarea medie adevărată datorită lipsei de acuratețe a încercării.

Pentru o încercare repetată  $i$ , rezultatul încercării se poate scrie

$$y_i = \alpha x + \beta + d_i \quad (3.4)$$

unde :  $\alpha$  reprezintă efectul aparatului ;

$\beta$  — efectul operatorului ;

$d_i$  — o variabilă întâmplătoare cu valoarea medie egală cu zero și cu varianța  $V(d)$ .

Valorile  $\alpha$  și  $\beta$  exprimă lipsa de acuratețe a încercării, iar varianța  $V(d)$  reprezintă lipsa de precizie.

De regulă, nu există o metodă absolută pentru măsurarea valorii adevărate  $x$  și în majoritatea cazurilor proprietățile pământurilor se definesc prin rezultatele unei încercări standard, efectuate cu un echipament specific, în condiții bine stabilite.

În cazul unor schimbări ale condițiilor de încercare, vor rezulta schimbări în rezultatele încercărilor, schimbări care pot fi interpretate ca factori de acuratețe sau de precizie.

Pentru încercările de control între laboratoare, se folosește de regulă relația

$$y_{ij} = x + \alpha_i + d_{ij} \quad (3.5)$$

unde :  $j = 1, \dots, n$  ;

$i = 1, \dots, k$  ;

$y_{ij}$  este rezultatul obținut în laboratorul  $i$  pentru încercarea repetată  $j$  ;

$x$  — valoarea considerată adevărată a rezultatului încercării de referință.

Studii de variabilitate conduse de Lumbe [30] în anul 1971 între diferite laboratoare, asupra încercărilor de rutină efectuate în scopul clasificării pământurilor, au scos în evidență că erorile  $(\alpha_i + d_{ij})$  au fost mult mai mari decât cele așteptate și că ele pot fi caracterizate prin coeficienții de variație, definiți de relațiile

$$C_v(\alpha + d) = \sqrt{\frac{V(\alpha) + V(d)}{\bar{x}}} \quad (3.6)$$

$$C_v(d) = \sqrt{\frac{V(d)}{\bar{x}}} \quad (3.7)$$

Valorile acestor coeficienți de variație determinate de Lumbe [30, 41] pentru diferitele încercări necesare clasificării pământurilor sînt date în tabelul 3.4.

**Tabelul 3.4. Coeficienți de variație pentru încercări de rutină la pământuri**

| Denumirea încercării              | $C_p (\alpha + d) \%$ | $C_i (d) \%$ |
|-----------------------------------|-----------------------|--------------|
| Limita superioară de plasticitate | 6,0                   | 1,2          |
| Limita inferioară de plasticitate | 8,7                   | 2,9          |
| Conținutul de argilă              | 11,4                  | 0,7          |
| Greutatea specifică               | 1,4                   | 0,2          |
| Densitatea maximă uscată          | 1,5                   | 0,8          |

Principala sursă de erori la încercarea pământurilor o constituie abaterile care se produc față de specificațiile încercării. Din această cauză, atunci când pentru controlul unei lucrări se folosesc mai mulți operatori, se va urmări ca aceștia să respecte cu strictețe modul de lucru specificat.

**Exemplul de calcul 3.2.** Pentru compararea preciziei metodei de determinare a compoziției pământurilor prin electroforeză [54] cu metoda Casagrande, s-au analizat două serii de câte opt probe de pământ, rezultatele obținute fiind evidențiate în tabelul următor :

| Proba nr. | Casagrande |      |      | Electroforeză |      |      |
|-----------|------------|------|------|---------------|------|------|
|           | N, %       | P, % | A, % | N, %          | P, % | A, % |
| 1         | 2,5        | 36,3 | 61,2 | 1,5           | 42,1 | 56,4 |
| 2         | 1,9        | 32,4 | 65,7 | 2,0           | 45,8 | 52,2 |
| 3         | 1,6        | 31,5 | 66,9 | 1,7           | 40,0 | 50,3 |
| 4         | 4,2        | 31,1 | 64,7 | 1,7           | 39,3 | 59,0 |
| 5         | 3,0        | 32,5 | 61,5 | 1,4           | 34,9 | 63,7 |
| 6         | 3,0        | 32,0 | 65,0 | 2,7           | 37,9 | 59,4 |
| 7         | 2,8        | 33,7 | 63,5 | 1,5           | 51,5 | 47,4 |
| 8         | 3,8        | 34,9 | 61,3 | 1,6           | 34,1 | 64,3 |

Se cere să se prelucereze statistic valorile medii rezultate pentru conținutul de argilă prin cele două metode și să se testeze dacă diferența dintre valorile medii rezultată prin cele două metode este semnificativă.

Prelucrind statistic valorile din tabelul dat mai înainte pentru fracțiunea argilă se obțin următorii indicatori statistici :

— metoda prin electroforeză :

$$\bar{A}_{ef} = 57,6\% ; s_{ef} = 5,6 ; C_{v, ef} = 9,7\% ; n_{ef} = 8.$$

— metoda Casagrande :

$$\bar{A}_e = 64,1\% ; s_e = 6,1 ; C_{v, e} = 9,7\% ; n_e = 8.$$



Diferența dintre valorile medii obținute prin cele două metode pentru fracțiunea argilă este

$$\begin{aligned}\bar{A}_c - \bar{A}_{ef} &= 6,4 \\ s_d &= \sqrt{\frac{s_c^2}{n_c} + \frac{s_{ef}^2}{n_{ef}}} = 2,29 \\ 2 s_d &= 5,84.\end{aligned}$$

Întrucât valoarea  $2s_d$  este mai mică decît diferența dintre cele două valori medii, înseamnă că această diferență este semnificativă și este cauzată de metodă. (Dacă se ia în considerare valoarea  $3s_d = 8,76$  diferența dintre valorile medii analizate este nesemnificativă).

### 3.5. Controlul calității lucrărilor de terasamente

La execuția lucrărilor de terasamente este necesar să se cunoască, încă din faza de proiectare, caracteristicile terenului de fundație, precum și proprietățile pămînturilor ce urmează a fi puse în operă. Cele două părți implicate în execuția acestor lucrări, constructorul și beneficiarul au, de regulă, puncte de vedere diferite în ceea ce privește controlul calității; primul urmărește să reducă la minimum riscul de a nu i se recepționa lucrări bine executate, în timp ce al doilea urmărește să reducă la minimum riscul de a recepționa lucrări necorespunzătoare. Pentru o rezolvare satisfăcătoare a intereselor ambelor părți, trebuie ca criteriile de acceptare sau de respingere adoptate de comun acord să fie bazate pe specificații realiste, care să aibă în vedere atît variabilitatea materialelor, cît și cea a metodelor de încercare și chiar a modului de control. Asemenea specificații nu pot fi elaborate decît pe baze statistice.

Calitatea terasamentelor exprimată adesea prin stabilitate și deformabilitate depinde de unii parametri critici, cum ar fi: rezistența la pătrundere CBR (indicele de portanță californian) și compresibilitatea materialului compactat pentru ramblee, permeabilitatea pentru baraje sau deformația pentru drumuri.

Determinarea practică a acestor parametri este dificilă și laborioasă; ca urmare, aceștia nu pot sta la baza unor criterii operative de acceptare sau de respingere. În practică, pentru pămînturile puse în operă, se utilizează criterii de acceptare sau de respingere bazate pe anumite condiții care se cer compoziției granulometrice sau indicelui de plasticitate.

Pentru starea de compactare a straturilor rutiere se folosesc criterii de acceptare sau respingere bazate pe densitatea uscată a materialului, care trebuie să fie mai mare decât un anumit procent din densitatea maximă uscată, determinată în laborator printr-o metodă standardizată.

Alte criterii de acceptare sau de respingere se bazează atât pe densitatea uscată cât și pe conținutul în apă al pământului la punerea în operă, conținut care trebuie să se afle între anumite limite față de umiditatea optimă de compactare.

Deoarece atât densitatea maximă uscată, cât și umiditatea optimă de compactare depind de tipul materialului, s-au elaborat și alte criterii care se bazează pe volumul de goluri maxim în pământul compactat, această metodă eliminând efectul variabilității materialelor.

După Ingles [20], densitatea și umiditatea luate împreună constituie cei mai buni indicatori indirecți ai stării de compactare, pentru că aceștia permit să se determine cu ușurință volumul de goluri rezidual. Reducerea volumului de goluri sub 5% trebuie să constituie obiectivul oricărei lucrări de terasamente bune. Pe lângă aceasta, controlul celor doi parametri menționați, folosind carote, permite un control statistic mai puternic decât controlul unui singur parametru, datorită faptului că erorile de măsurare ale celor doi parametri se compensează între ele. Presupunând că  $\bar{x}$  este valoarea medie și  $V(x) = \sigma^2$  este varianța unui șir de date ce caracterizează compactarea unui rambleu și dacă  $\alpha$  este probabilitatea ca materialul să se prezinte sub limitele specificate, atunci, asumind normalitatea, se pot lua în considerație următoarele valori de acceptare :

- pentru densitatea uscată :  $x_\alpha = \bar{x} - d$  ;
- pentru umiditatea la punerea în operă :  $x_\alpha = \bar{x} \pm d$  ;
- pentru volumul de goluri :  $x_\alpha = \bar{x} + d$ ,

unde  $d$  are valorile din tabelul 3.5.

**Tabelul 3.5. Valorile  $d$  în funcție de probabilitatea  $\alpha$**

| $\alpha$ , %                   | 20  | 10  | 5   | 1    | 0,5  | 0,1  |
|--------------------------------|-----|-----|-----|------|------|------|
| Densitatea uscată<br>$d/x$ , % | 4,2 | 6,4 | 8,2 | 11,6 | 12,9 | 15,5 |
| Conținutul de apă<br>$d$ , %   | 2,6 | 3,3 | 3,9 | 5,2  | 5,6  | 6,6  |
| Volumul de goluri<br>$d$ , %   | 3,2 | 4,9 | 6,3 | 8,8  | 9,8  | 11,7 |

Gradele de compactare care se recomandă [30] pentru drumurile cu trafic greu (după Moris și Cochrane) sînt date în tabelul 3.6.



Tabelul 3.6. Gradele de compactare recomandate pentru drumuri cu trafic greu

|                                        |      |      |      |      |      |
|----------------------------------------|------|------|------|------|------|
| <i>Pentru materiale coezive</i>        |      |      |      |      |      |
| Adâncimea faţă de stratul de uzură, cm | 12,7 | 22,9 | 40,6 | 53,3 | 68,6 |
| Densitatea maximă Proctor modificat, % | 105  | 100  | 95   | 90   | 85   |
| <i>Pentru materiale necoezive</i>      |      |      |      |      |      |
| Adâncimea faţă de stratul de uzură, cm | 7,6  | 15,2 | 38,1 | 61,0 | 91,4 |
| Densitatea maximă Proctor modificat, % | 107  | 105  | 100  | 95   | 90   |

Studii şi măsurători efectuate asupra caracteristicilor de compactare [20] au arătat că pentru un rambleu realizat satisfăcător se obţin :

- coeficientul de variaţie pentru densitatea uscată 2—10% ;
- abaterea standard pentru umiditatea de compactare 1— 3% ;
- abaterea standard pentru volumul de goluri 3—4,5%.

Practica a arătat că aplicarea procedurii de încercare şi acceptare pe baze statistice la lucrările de terasamente a condus la realizarea unor construcţii ingineresti cu performanţe bune în exploatare. Totuşi, acceptarea sau respingerea rigidă a unor lucrări numai pe aceste baze constituie un procedeu neeconomic, atât pentru beneficiar cât şi pentru constructor. De aceea, s-au elaborat unele criterii care prevăd penalizări aplicabile pentru lucrări realizate sub specificaţii, scara de penalizări fiind prescrisă în concordanţă cu factorii economici şi tehnici cunoscuţi, cum sînt : costurile de întreţinere, pierderea capacităţii de serviciu etc.

Astfel, metoda Kühn [20] pentru acceptare, propune următoarele :

1) Lucrarea se acceptă necondiţionat şi se plăteşte la valoarea totală stabilită la contractare, atunci cînd este îndeplinită condiţia

$$\bar{x}_n > x_a \quad (3.8)$$

unde :  $\bar{x}_n$  este valoarea medie a parametrului măsurat ;  
 $x_a$  — limita de acceptare specificată, stabilită cu relaţia

$$x_a = x_p \left( 1 - \frac{t_a \cdot C_v}{n} \right) \quad (3.9)$$

unde :  $x_p$  este valoarea proiectată ;  
 $C_v$  — coeficientul de variaţie ;  
 $n$  — numărul de observaţii ;  
 $t_a$  — parametrul Student pentru procentul specificat sub care valoarea medie a  $n$  observaţii nu este admisă să cadă, pentru acceptare.



2) Lucrarea este acceptată condiționat cu o rată  $P$  de reducere a plății atunci cînd :

$$x_r < \bar{x}_n < x_a \quad (3.10)$$

unde :  $x_a$  este definit cu relația (3.9) ;

$x_r$  — limita de respingere a lucrării care se determină cu relația

$$x_r = x_p \left( 1 - \frac{t_r \cdot C_n}{n} \right) \quad (3.11)$$

$t_r$  fiind parametrul Student pentru procentul sub care valoarea medie a  $n$  observații nu este admisă să cadă, pentru respingere.

Rata de reducere a plății,  $R$ , se calculează cu relația

$$R = \left( \frac{\bar{x}_n - x_r}{x_a - x_r} \right) T \quad (3.12)$$

$T$  fiind prețul total de contractare al lucrării.

De obicei,  $r$  se fixează la un nivel scăzut de 0,1%, ceea ce înseamnă că se va menține scăzut riscul ca o lucrare acceptabilă să fie respinsă din greșală.

3) Standardele curente pentru procedeele de acceptare și control a lucrărilor de terasamente prevăd că lucrarea se respinge, fără drept de apel și fără plată, atunci cînd

$$\bar{x}_n < X_r. \quad (3.13)$$

Frecvența încercărilor pentru acceptarea straturilor rutiere, după Ingles [20], este dată în tabelul 3.7.

**Tabelul 3.7. Frecvența încercărilor pentru controlul de acceptare a lucrărilor de compactare**

| Tipul lucrării            | Proprietatea măsurată | Control pentru acceptare  |                        |
|---------------------------|-----------------------|---------------------------|------------------------|
|                           |                       | m <sup>2</sup> /încercare | Nr. minim de încercări |
| Rambleu<br>Strat de formă | Densitate             | 75 — 500                  | 6                      |
|                           | Densitate             | 350 — 1 000               | 6                      |
| Strat de bază             | Grosime               | 170 — 500                 | 12                     |
|                           | Densitate             | 250 — 750                 | 8                      |
|                           | Grosime               | 125 — 375                 | 16                     |

O altă cale de control statistic a lucrărilor de terasamente este cea bazată pe valoarea medie  $\bar{x}$  și pe abaterea standard  $s$ , atunci cînd se cunosc rezultatele individuale  $x_i$  ale unui șir cu efectivul  $n$ . În asemenea cazuri se utilizează fișe de control în care rezultatele se înregistrează în ordinea recoltării probelor, pentru a se putea depista prin observație

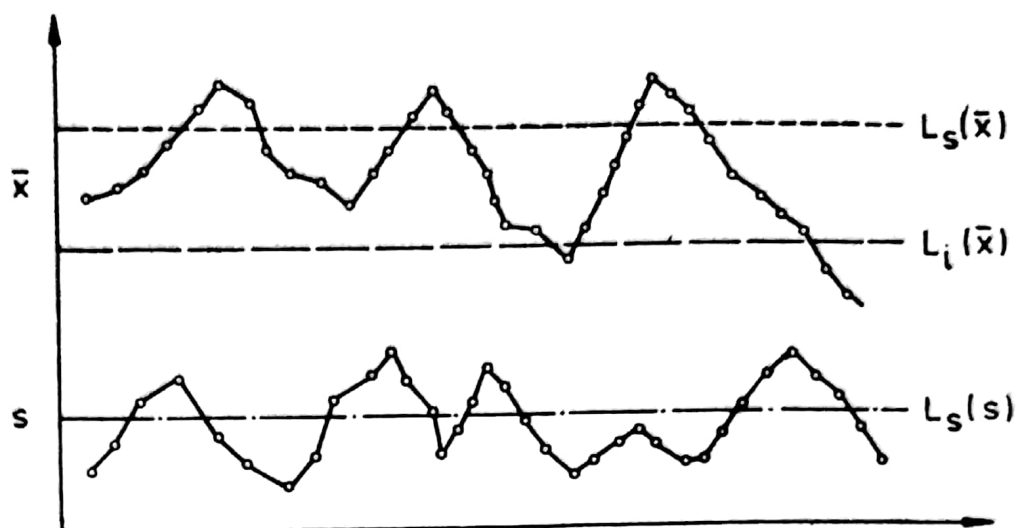


Fig. 3.3. Diagrame de control pentru valoarea medie  $\bar{x}$  și pentru abaterea standard  $s$ .

tendința sau variația ciclică a datelor înregistrate. În ipoteza că rezultatele analitice se supun legii normale de distribuție, se va folosi drept limită de control valoarea dublă a abaterii standard, calculată pe baza numărului de date observate.

Dacă execuția terasamentelor se află sub un control satisfăcător, valorile ocazionale ce depășesc limitele  $L_i$  și  $L_s$  (limita inferioară și respectiv limita superioară de control) nu sînt alarmante, dar repetarea lor arată că în procesul tehnologic au apărut unele schimbări (fig. 3.3).

Prin reprezentarea valorilor  $\bar{x}$  și  $s$  în mod succesiv într-o diagramă de control, de tipul celei din fig. 3.3, pe care sînt marcate limitele superioară și inferioară de control  $L_s$  și respectiv  $L_i$ , se sesizează ușor orice schimbare, care poate să apară în procesul tehnologic de execuție a terasamentelor.

În cazul în care valorile  $\bar{x}$  și  $s$  nu depășesc limitele de control, se poate afirma cu certitudine că procesul tehnologic este stabil, controlul fiind satisfăcător. În cazul în care valorile  $\bar{x}$  se află în limitele de control, dar valorile  $s$  depășesc limita  $L_s$ , se poate afirma că procesul de execuție al terasamentelor se află sub un control satisfăcător și că abaterea standard depășește limita de control din cauza variabilității metodelor de control utilizate, apărînd necesitatea luării unor măsuri care să conducă la reducerea acestei variabilități.

În cazul în care atît valoarea medie cît și abaterea standard se află în afara limitelor de control, ca în fig. 3.3, se poate afirma că pro-

cesul de execuție al terasamentelor este instabil, instabilitatea acestuia fiind cauzată atât de variabilitatea materialelor utilizate cât și de lipsa de supraveghere a lucrărilor de compactare. În asemenea cazuri se vor lua măsuri pentru restrângerea variabilității materialelor, supravegherea mai atentă a lucrărilor și, eventual, stabilirea unor limite de control mai largi atunci când acest lucru este posibil.

În cazul în care valorile abaterilor standard se află sub limita de control, dar valorile medii depășesc aceste limite, se poate afirma că procesul tehnologic este instabil, cauza fiind variabilitatea materialelor puse în operă. În asemenea cazuri se vor lua măsuri pentru reducerea variabilității materialelor.





## 4. Criterii și metode statistice pentru proiectarea, controlul și evaluarea calității mixturilor asfaltice

### 4.1. Studiul variabilității mixturilor asfaltice

Omogenitatea mixturilor asfaltice constituie o condiție importantă a calității acestora. Ea se exprimă fie prin dispersia valorilor analizate, fie prin coeficientul de omogenitate. Deoarece standardele actuale care reglementează fabricarea și punerea în operă a mixturilor asfaltice nu specifică această caracteristică, în continuare se studiază variabilitatea calității mixturilor asfaltice atât din punctul de vedere al dozajelor, cât și al caracteristicilor fizico-mecanice, pe baza unui bogat material experimental furnizat, în primul rând, de rețeaua de laboratoare a Direcției de drumuri și poduri, Iași.

#### 4.1.1. Variabilitatea caracteristicilor de dozaj

În unele țări [37], calitatea mixturilor asfaltice se apreciază în mod curent numai pe baza caracteristicilor de dozaj realizate, în comparație cu dozajele proiectate, după o formulă de lucru a mixturii stabilită în prealabil (Job Mix Formula) și a variabilității acestora între anumite limite.

Asupra omogenității caracteristicilor de dozaj intervin, în practică, în mod defavorabil, o serie de factori cum ar fi: neomogenitatea materialelor utilizate, îndeosebi cea a agregatelor; erorile introduse de dispozitivele de predozare; imprecizia dozării bitumului caracteristică dozatoarelor volumetrice; imprecizia dozării filerului; influența duratei de malaxare etc.

Aşa cum s-a arătat, în scopul cunoaşterii abaterilor care se produc în mod curent faţă de dozajele proiectate, la fabricarea mixturilor s-au iniţiat o serie de studii de variabilitate a acestor caracteristici, pentru lucrările de îmbrăcăminti asfaltice executate pe drumurile naţionale din Moldova în perioada 1970—1980. Rezultatele acestor studii sînt evidenţiate parţial în anexa II (tabelul II.1) şi sintetizate în tabelul 4.1 care a stat la baza elaborării criteriilor de apreciere a omogenităţii dozajelor în mixturile asfaltice.

Tabelul 4.1. Variabilitatea caracteristicilor de dozaj pentru mixturi asfaltice (sinteză)

| Parametrii statistici       | Dozaje, %     |               |               |               |
|-----------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|                             | Bitum         | Filer         | Agregat fin   | Agregat mare  |
| <b>A. Betoane asfaltice</b> |               |               |               |               |
| $s$                         | 0,15 — 0,45   | 0,50 — 2,50   | 1,50 — 5,50   | 1,50 — 6,50   |
| $C_v$                       | 1,0 — 7,0     | 4,0 — 20,0    | 3,0 — 15,0    | 5,0 — 15,0    |
| $C_o$                       | 0,880 — 0,980 | 0,630 — 0,940 | 0,770 — 0,960 | 0,720 — 0,910 |
| <b>B. Mortare asfaltice</b> |               |               |               |               |
| $s$                         | 0,20 — 0,50   | 0,50 — 2,00   | 1,80 — 7,00   | —             |
| $C_v$                       | 3,0 — 8,0     | 3,0 — 20,0    | 2,0 — 10,0    | —             |
| $C_o$                       | 0,870 — 0,980 | 0,650 — 0,940 | 0,700 — 0,960 | —             |

Din analiza rezultatelor studiilor de variabilitate a caracteristicilor de dozaj, pentru mixturile asfaltice fabricate de unităţile D.D.P. Iaşi în perioada menţionată, se observă o scădere a variabilităţii în timp, cauzată de creşterea gradului de dotare tehnică, prin înlocuirea vechilor instalaţii de fabricaţie a mixturilor, tip ANG, cu instalaţii automatizate, de tip LPx, precum şi de introducerea metodelor statistice de urmărire a calităţii, pe bază de fişă de control, la majoritatea formaţiilor de covoare asfaltice.

Pentru a evidenţia importanţa introducerii metodelor statistice de urmărire a calităţii fabricării mixturilor asfaltice în paralel cu folosirea unor instalaţii şi utilaje de mare precizie, sînt prezentate în anexa II (tabelul II.2) rezultatele studiului de variabilitate a caracteristicilor de dozaj pentru o mixtură asfaltică, tip Asphalt Institute — gradaţia IV, fabricată cu o instalaţie complet automatizată tip Marini. Mixtura a fost utilizată pentru execuţia a circa 87 km de îmbrăcăminte asfaltică, pe drumul Tarhuna — Beni Walid, în Libia,

controlul calității efectuându-se cu un laborator de asfalt modern, tip Soiltest, S.U.A., iar acest studiu a constituit unul din documentele de bază pentru recepția lucrării. Se constată din acest tabel că s-a realizat o mixtură asfaltică omogenă, atât din punctul de vedere al dozajului de bitum ( $C_v = 1,92\%$ ,  $s = 0,112$ ), cât și din punctul de vedere al dozajului de filer ( $C_v = 7,9\%$ ,  $s = 5,93$ ). De asemenea, și dozajul de agregat s-a dovedit a fi omogen ( $C_v = 4,8\%$ ,  $s = 1,851$ ).

Plecînd de la datele furnizate de studiile de variabilitate, precum și de la toleranțele recomandate de literatură [56], s-a trecut la elaborarea unor criterii pentru aprecierea omogenității dozajelor, pe baze statistice.

**4.1.1.1. Criterii pentru aprecierea omogenității dozajului de bitum.** Datorită preciziei reduse a procedeelor de control, cât și din cauza volumelor relativ mici ale probelor de mixtură analizate, este foarte greu de verificat omogenitatea mixturii din punctul de vedere al dozajului de liant.

Omogenitatea dozajului de bitum este influențată de compoziția granulometrică variabilă a agregatului folosit. În literatură [37] se arată că o variație de 10% a agregatului cu dimensiuni mai mari de 2 mm poate provoca o variație a dozajului de bitum de 1,0—1,8%. Pe de altă parte, procedeul de extracție a bitumului din mixturi poate introduce erori variabile, în funcție de aparatele folosite și de laboratoarele în care se execută determinările.

Studii între laboratoare [23, 24, 34, 54] efectuate în acest scop au arătat că două determinări ale dozajului de bitum nu pot fi considerate distincte semnificativ decît atunci cînd diferența dintre ele este mai mare de 0,34 dacă se lucrează în același laborator și mai mare de 0,56 dacă intervin două laboratoare.

La erorile cauzate de variația compoziției granulometrice a agregatului și de procedeele de extracție utilizate, se adaugă și alte erori care apar la dozarea volumetrică a bitumului, sau la dozarea agregatului și a filerului înainte de malaxare.

Avînd în vedere posibilitatea apariției acestor erori, în scopul asigurării preciziei dozajului de bitum în mixturi, diferite norme indică, pentru fiecare tip de mixtură, toleranțe recomandabile, variînd de la  $\pm 0,3\%$  la  $\pm 0,4\%$  față de greutatea agregatului și a filerului, precum și toleranțe maxime admise, variînd de la  $\pm 0,6\%$  pînă la  $\pm 1,0\%$ .

Cunoscînd aceste toleranțe și ținînd seama de condițiile reale de realizare a mixturilor asfaltice, estimate pe baza studiilor de variabilitate evidențiate în anexa II, s-au stabilit următoarele domenii de



variație a omogenității dozajului de bitum, definite prin calificative corespunzătoare :

| Domeniul de toleranță*<br>$\pm \epsilon_a, \%$ | Caracterizarea omogenității<br>dozajului de bitum | Calificativul |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------|
| 0 -- 0,4                                       | Foarte bună                                       | FB            |
| 0,4 -- 0,6                                     | Bună                                              | B             |
| 0,6 -- 0,8                                     | Satisfăcătoare                                    | S             |
| 0,8 -- 1,0                                     | Satisfăcătoare cu remedieri                       | S + R         |
| Peste 1,0                                      | Nesatisfăcătoare                                  | N             |

Prin aceasta, s-a stabilit condiția ca abaterea fiecărei valori individuale, față de valoarea medie, să nu depășească o anumită limită. Dar această condiție nu este suficientă. Avînd în vedere faptul că pe baza concluziilor obținute prin analiza unui eșantion, care are în general un număr redus de probe, trebuie să se facă aprecieri generale asupra întregii populații din care s-a extras eșantionul respectiv, interesează în mod deosebit felul în care sînt distribuite abaterile individuale față de valoarea medie. În ipoteza că repartiția acestor abateri se face după legea eșantioanelor mici Student-Fisher (ipoteză confirmată de studiile de variabilitate evidențiate în anexa II), și luînd în considerare condiția ca fiecare abatere individuală să nu depășească valoarea medie cu mai mult de  $+\epsilon_a \%$ , se poate deduce valoarea corespunzătoare a dispersiei admise,  $s_a^2$ , pentru un anumit domeniu de omogenitate. Astfel, presupunînd că „anormalul” pentru unul din domeniile stabilite anterior începe pentru valori ale abaterilor individuale mai mari de  $\pm \epsilon_a$  și dacă  $y$  este prima valoare individuală anormală care se întîlnește pe măsura îndepărtării față de medie, și considerînd că ea constituie un eșantion care are un efectiv  $n_1 = 1$ , atunci valoarea medie a acestui eșantion va fi:  $\bar{y} = y$ . Dacă se compară acest eșantion cu eșantionul real, care are un efectiv  $n_2 \neq 1$  și a cărui medie este  $\bar{x}$ , diferența dintre cele două eșantioane devine statistic semnificativă (deci valoarea  $y$  devine „anormală”) atunci cînd este îndeplinită condiția

$$\bar{x} - \bar{y} = t \cdot s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}. \quad (4.1)$$

\* Toleranțele propuse se bazează pe studii de variabilitate proprii și sînt atestate de literatură [56].

Deoarece s-a pus condiția că valoarea inadmisibilă („anormalul“) începe dincolo de  $\pm \epsilon_a$ , rezultă din relația (4.1) condiția pentru abaterea standard,  $s_a$

$$s_a = \frac{\epsilon_a}{t \sqrt{\frac{n_2 + 1}{n_2}}} \quad (4.2)$$

În relațiile (4.1) și (4.2)  $t$  este parametrul Student care rezultă din tabelul 1.3, în funcție de nivelul de siguranță considerat și de numărul de termeni ai eșantionului. Relația (4.2), care definește abaterea standard admisă, permite definirea coeficientului de omogenitate admis corespunzător domeniilor definite anterior.

Valoarea coeficientului de omogenitate corespunzător se determină cu relația

$$C_v^a = 1 - t \frac{C_v^a}{100} \quad (4.3)$$

unde  $C_v^a$  este coeficientul de variație admis, determinat cu relația

$$C_v^a = \frac{s_a}{\bar{B}} \quad (4.4)$$

unde  $\bar{B}$  este valoarea medie a șirului de date obținute la determinarea dozajului de bitum.

Pentru caracterizarea practică a omogenității unui șir de valori ale dozajului de bitum, se vor calcula conform metodologiei cunoscute indicatorii statistici efectivi,  $C_v$  și  $C_o$  și se vor compara cu valorile admise calculate cu relațiile (4.4) și respectiv (4.3), pe baza condițiilor și ipotezelor menționate.

Desigur, este dificil să se calculeze aceste valori teoretice pentru fiecare caz în parte. Din acest motiv s-au întocmit tabele și diagrame uzuale, în care se poate intra direct cu valorile efective  $C_o$  pentru valorile medii ale dozajelor de bitum cunoscute, rezultând calificativul omogenității eșantionului analizat.

În anexa III sînt date tabelele și diagramele uzuale pentru aprecierea omogenității dozajului de bitum. În aceste diagrame pe ordonată sînt reprezentate valorile coeficientului de omogenitate, iar în abscisă sînt reprezentate valorile medii ale dozajelor de bitum pentru diferite tipuri de mixturi. De asemenea, pe diagramă este indicat efectivul  $n$  al șirului de determinări, pentru care este alcătuită diagrama.

Prin reprezentarea grafică a valorilor din tabele se obțin o serie de puncte ce se înscriu pe o curbă a cărei ecuație generală este de forma

$$f(x) = 1 - \frac{k}{x} \quad (4.5)$$



Curbele astfel obținute delimitează domeniile de omogenitate FB, B, S, S + R, N stabilite anterior.

**Exemplul de calcul 4.1.** Să se calculeze valoarea coeficientului de omogenitate admis  $C_o^a$ , în domeniul FB, pentru un șir de valori avînd efectivul  $n = 3$  și valoarea medie a dozajului de bitum  $\bar{B} = 6\%$ .

Pentru domeniul FB toleranța admisă este de  $\varepsilon_a = 0,3$ . Înlocuind valorile cunoscute în relațiile (4.2), (4.4) și (4.3) rezultă relația

$$C_o^a = 1 - \frac{\varepsilon_a}{\bar{B} \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.6)$$

Această relație a stat la baza alcătuirii tabelelor și diagramelor uzuale din anexa III.

Înlocuind în relația (4.6) valorile cunoscute, rezultă:  $C_o^a = 0,957$ .

**Exemplul de calcul 4.2.** La analizele de extracție a bitumului dintr-un eșantion de 10 carote, recoltate de pe un sector de îmbrăcăminte asfaltică, s-au obținut la interpretarea statistică a datelor următorii indicatori:

- valoarea medie a dozajului de bitum  $\bar{B} = 7,37\%$
- abaterea standard  $s = 0,78$ ;
- coeficientul de variație  $C_v = 10,59\%$ .

Să se determine coeficientul de omogenitate al șirului de valori și să se aprecieze omogenitatea dozajului de bitum folosind tablele și diagramele uzuale elaborate în acest scop pentru  $P = 90\%$ .

Din tabelul 1.3 rezultă pentru probabilitatea dată,  $P = 90\%$ , și pentru numărul de grade de libertate,  $\nu = n - 1 = 9$ , valoarea parametrului  $t = 1,82$ .

Înlocuind valorile  $t$  și  $C_v$  cunoscute în relația (1.8), rezultă  $C_o = 0,807$ .

În tabelul III.5 din anexa III, rezultă pentru valoarea medie a dozajului de bitum,  $\bar{B} = 7,34\%$ , prin interpolare, un coeficient de omogenitate admis,  $C_o = 0,869$ , pentru calificativul S + R. Deoarece valoarea coeficientului de omogenitate real este mai mică decît valoarea coeficientului de omogenitate minim admis pentru calificativul S + R înseamnă că omogenitatea dozajului de bitum este necorespunzătoare, N.

Mai practice, deoarece nu necesită interpolarea, sînt diagramele de apreciere a omogenității alcătuite pe baza datelor evidențiate în tablele uzuale. Astfel, în fig. III.5 corespunzătoare tabelului III.5 din anexa III se observă că punctul obținut prin intersecția dreptelor  $B_t = 7,34$  și  $C_o = 0,807$  cade în domeniul nesatisfăcător N.

**4.1.1.2. Criterii pentru aprecierea omogenității dozajului de filer.** În actualele instalații tip LPx, destinate fabricației mixturilor asfaltice, dozarea filerului folosind cîntarul destinat agregatelor este puțin precisă, conducînd la abateri medii de  $\pm 3\%$ .



Abaterile pot fi și mai mari în cazul vechilor instalații, tip ANG, la care dozarea filerului se face volumetric. În asemenea cazuri, pe lângă erorile produse la încărcarea cupei „până la semn”, se adaugă erorile cauzate de faptul că după descărcare în malaxor, o anumită cantitate de filer rămâne lipită de pereții cupei.

Abaterile medii scad până la  $\pm 1,5\%$  în cazul instalațiilor moderne de fabricație a mixturilor, tip Marini sau Teltomat, unde dozarea filerului se face separat de cea a agregatului.

Studiile de variabilitate ale dozajului de filer, evidențiate în anexa II, indică abateri standard de ordinul  $0,5\% - 1,5\%$ .

Considerind aceste valori, precum și toleranțele recomandate de literatură [56] pentru dozajul de filer, s-au stabilit următoarele domenii de variație a omogenității dozajului de filer, definite prin calificative corespunzătoare :

| Domeniul de toleranță<br>$\pm \varepsilon_a, \%$ | Caracterizarea omogenității<br>dozajului de filer | Calificativul |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------|
| 0 - 1,0                                          | Foarte bună                                       | FB            |
| 1,0 - 2,0                                        | Bună                                              | B             |
| 2,0 - 3,0                                        | Satisfăcătoare                                    | S             |
| Peste 3,0                                        | Nesatisfăcătoare                                  | N             |

În mod similar cu cele arătate la caracterizarea omogenității dozajului de bitum, plecând de la domeniile de variație stabilite anterior, s-au alcătuit tabele și diagrame uzuale, date în anexa IV, pentru caracterizarea omogenității dozajului de filer. La baza alcătuirii acestor tabele și diagrame uzuale a stat relația

$$C_o^a = \frac{\varepsilon_o}{\bar{F} \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.7)$$

unde  $\bar{F}$  este valoarea medie a dozajului de filer.

**4.1.1.3. Criterii pentru aprecierea omogenității dozajului de agregat.** Atunci când se utilizează predozatoarele clasice de agregate există riscul de a se produce variații importante ale debitului, exprimat în greutate, pentru o deschidere dată a buncărelor. Acest lucru se întâmplă mai frecvent în cazul nisipurilor umede, care rețin de obicei o cantitate de apă în proporție de 5—8%. La aceste variații se adaugă și erorile ce se produc la cântărirea sorturilor de agregate înainte de amestec. Toleranțele recomandate de literatură [56]

variază pentru agregatul fin de la 3 la 7%, iar pentru agregatul mare toleranțele admise variază de la 5 la 10%, în raport cu greutatea agregatului total.

Avînd în vedere aceste recomandări, precum și condițiile practice de realizare a dozajelor în actualele instalații de fabricare a mixturilor, s-au stabilit următoarele domenii de variație a omogenității dozajului de agregat, definite prin calificative corespunzătoare :

— pentru agregatul fin :

| Domeniul de toleranță<br>$\pm \varepsilon_{af}$ , % | Caracterizarea omogenității<br>dozajului de agregat fin | Calificativul |
|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------|
| 0 — 3                                               | Foarte bună                                             | FB            |
| 3 — 5                                               | Bună                                                    | B             |
| 5 — 7                                               | Satisfăcătoare                                          | S             |
| Peste 7                                             | Nesatisfăcătoare                                        | N             |

— pentru agregatul mare :

| Domeniul de toleranță,<br>$\pm \varepsilon_{am}$ , % | Caracterizarea omogenității<br>dozajului de agregat mare | Calificativul |
|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------|
| 0 — 5                                                | Foarte bună                                              | FB            |
| 5 — 7                                                | Bună                                                     | B             |
| 7 — 10                                               | Satisfăcătoare                                           | S             |
| Peste 10                                             | Nesatisfăcătoare                                         | N             |

Plecînd de la aceste domenii de variație s-au alcătuit tabele și diagrame uzuale pentru caracterizarea omogenității dozajului de agregat fin. Aceste tabele și diagrame sînt evidențiate în anexa V. La baza alcătuirii lor a stat relația

$$C_o^a = 1 - \frac{\varepsilon_{af}}{\bar{A}_f \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.8)$$

unde  $\bar{A}_f$  este valoarea medie a dozajului de agregat fin.

În mod similar s-au alcătuit tabelele și diagramele uzuale pentru caracterizarea omogenității dozajului de agregat mare date în anexa VI, folosind ca bază de calcul relația

$$C_o^a = 1 - \frac{\varepsilon_{am}}{\bar{A}_m \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.9)$$

unde  $\bar{A}_m$  este valoarea medie a dozajului de agregat mare.



#### 4.1.2. Variabilitatea caracteristicilor fizico-mecanice ale mixturilor asfaltice

În condițiile respectării tehnologiei de așternere și cilindrare a mixturii, calitatea îmbrăcăminților asfaltice este suficient de bine reprezentată prin valorile caracteristicilor fizico-mecanice, cum sînt: densitatea aparentă, rezistența la compresiune, stabilitatea Marshall, volumul de goluri etc. Totuși, evaluarea calității și a omogenității mixturilor asfaltice numai pe baza caracteristicilor fizico-mecanice prezintă dezavantajul că nu se iau în considerare caracteristicile de dozaj, unde așa cum s-a arătat anterior, pot să apară erori.

De asemenea, ar trebui luate în considerare și erorile sistematice sau întimplătoare care pot interveni la recoltarea probelor de mixtură sau la confecționarea și încercarea epruvetelor.

Încercările AASHTO [37] au pus în evidență variațiile caracteristicilor fizico-mecanice ale mixturilor asfaltice experimentate, aceste variații fiind de ordinul 10–13% față de valoarea medie pentru fluaj, și de 16% față de valoarea medie a volumului de goluri din mixtura compactată. Un studiu de variabilitate a stabilității Marshall, întreprins pe un mare număr de epruvete confecționate din mixturi asfaltice, pentru drumul Tarhuna—Beni Walid din Libia, a pus în evidență variații curente ale caracteristicilor Marshall ale mixturii, de ordinul 5–10%, în cadrul aceleiași serii de epruvete.

Alte studii de variabilitate asupra caracteristicilor fizico-mecanice ale mixturilor asfaltice, puse în operă pe unele drumuri din Moldova și evidențiate în anexa VII, (tabelul VII. 1) arată variații de ordinul 7–14% față de valoarea medie pentru rezistența la compresiune a mixturilor, în timp ce variațiile densității aparente sînt numai de maximum 3%.

Variația redusă a densității aparente a determinat pe specialiștii din unele țări [37, 45, 44] să considere acest indicator ca bază a aprecierii calității îmbrăcăminților asfaltice.

Rezultatele unui alt studiu de variabilitate a caracteristicilor Marshall ale mixturii asfaltice utilizate la construcția drumului Tarhuna—Beni Walid din Libia sînt evidențiate în anexa VII. (tabelul VII. 2) Acest studiu comportă circa 300 de rezultate obținute la determinarea caracteristicilor Marshall și a densității aparente a mixturilor compactate, efectuate pe parcursul a doi ani (1977–1978), și a constituit unul din documentele de recepție pentru 87 km de îmbrăcămințe asfaltică.

Din anexa XIV se constată că aceste caracteristici determinate pe probe de mixturi recoltate pe parcursul execuției îmbrăcăminții, fie din stație, fie de la așternerea mixturii pe drum, prezintă o variabilitate



mult mai redusă, în comparație cu rezultatele obținute la lucrări similare executate la noi în țară cu instalații LPx.

Având în vedere rezultatele obținute la studiile de variabilitate întreprinse la diferite lucrări, în scopul elaborării unor criterii de apreciere a omogenității caracteristicilor fizico-mecanice, s-au stabilit următoarele domenii de variație definite prin calificativele corespunzătoare :

1) Pentru rezistența la compresiune la 22°C, determinată pe epruvete cubice :

| Domeniul de toleranță*<br>$\pm \varepsilon_p$ , daN/cm <sup>2</sup> | Caracterizarea omogenității | Calificativul |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 0 – 2                                                               | Foarte bună                 | FB            |
| 2 – 5                                                               | Bună                        | B             |
| 5 – 10                                                              | Satisfăcătoare              | S             |
| Peste 10                                                            | Nesatisfăcătoare            | N             |

2) Pentru stabilitatea Marshall :

| Domeniul de toleranță<br>$\pm \varepsilon_p$ , kg | Caracterizarea omogenității | Calificativul |
|---------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 0 – 50                                            | Foarte bună                 | FB            |
| 50 – 100                                          | Bună                        | B             |
| 100 – 150                                         | Satisfăcătoare              | S             |
| Peste 150                                         | Nesatisfăcătoare            | N             |

3) Pentru fluajul Marshall :

| Domeniul de toleranță,<br>$\pm \varepsilon_f$ , 1/10 mm | Caracterizarea omogenității | Calificativul |
|---------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 0 – 5                                                   | Foarte bună                 | FB            |
| 5 – 10                                                  | Bună                        | B             |
| 10 – 15                                                 | Satisfăcătoare              | S             |
| Peste 15                                                | Nesatisfăcătoare            | N             |

4) Pentru densitatea aparentă a mixturii compactate

| Domeniul de toleranță<br>$\pm \varepsilon_d$ , g/cm <sup>3</sup> | Caracterizarea omogenității | Calificativul |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 0 – 25                                                           | Foarte bună                 | FB            |
| 25 – 50                                                          | Bună                        | B             |
| 50 – 75                                                          | Satisfăcătoare              | S             |
| Peste 75                                                         | Nesatisfăcătoare            | N             |

\* Toleranțele propuse se bazează pe studii de variabilitate proprii și sint atestate de literatură [56].

### 5) Pentru absorbția de apă

| Domeniul de toleranță<br>$\pm e_{av}, \%$ | Caracterizarea<br>omogenității | Calificativul |
|-------------------------------------------|--------------------------------|---------------|
| 0 - 0,5                                   | Foarte bună                    | FB            |
| 0,5 - 1                                   | Bună                           | B             |
| 1 - 1,5                                   | Satisfăcătoare                 | S             |
| Peste 1,5                                 | Nesatisfăcătoare               | N             |

**4.1.2.1. Omogenitatea mixturilor asfaltice din punctul de vedere al stabilității mecanice.** Rezistența la compresiune, determinată pe epruvete cubice, la temperatura de 22°C, este o caracteristică fizico-mecanică care indică stabilitatea mixturii, sub acțiunea solicitărilor din trafic. Normele tehnice prescriu pentru diferite tipuri de mixturi următoarele valori minime ale rezistenței la compresiune :

- betoane asfaltice  $R_c^{min} = 30 \text{ daN/cm}^2$ ;
- mortare asfaltice  $R_c^{min} = 25 \text{ daN/cm}^2$ .

Valoarea maximă a rezistenței la compresiune este egală cu valoarea minimă la care se adaugă cel mult 0,75 din valoarea acesteia.

Conform teoriei statistice, valoarea minimă probabilă a unei mulțimi din care s-a extras un eșantion de probe cu efectivul  $n$ , a cărei valoare medie este  $\bar{R}_c$ , este definită de relația

$$R_c^{min} = \bar{R}_c - t \cdot s \sqrt{\frac{n+1}{n}} \quad (4.10)$$

Valoarea maximă probabilă a rezistenței la compresiune este definită în mod similar de relația

$$R_c^{max} = \bar{R}_c + t \cdot s \sqrt{\frac{n+1}{n}}. \quad (4.11)$$

Pe baza acestor considerații s-au alcătuit tabelele și diagramele uzuale pentru caracterizarea omogenității rezistenței la compresiune date în anexa VIII, calculul valorilor respective făcându-se cu relația

$$C_o^a = 1 - \frac{e_r}{\bar{R}_c \sqrt{\frac{n+1}{n}}}. \quad (4.12)$$

În anexa IX sînt date tabelele și diagramele uzuale pentru caracterizarea omogenității caracteristicilor Marshall, folosind relații de calcul similare

$$C_o^a = 1 - \frac{\epsilon_s}{\bar{S} \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.13)$$

$$C_o^a = 1 - \frac{\epsilon_f}{\bar{I} \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.14)$$

unde  $\bar{S}$  este valoarea medie a stabilității iar  $\bar{I}$  valoarea medie a fluajului Marshall.

#### 4.1.2.2. Omogenitatea mixturilor asfaltice din punctul de vedere al densității aparente.

În anexa X sînt date tabelele și diagramele uzuale pentru aprecierea omogenității densității aparente a mixturilor compactate, folosind ca bază de calcul relația

$$C_o^a = 1 - \frac{\epsilon_a}{\bar{\rho}_a \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.15)$$

unde  $\bar{\rho}_a$  este valoarea medie a densității aparente.

4.1.2.3. Omogenitatea mixturilor asfaltice din punctul de vedere al absorbției de apă. În anexa XI sînt date tabelele și diagramele uzuale pentru aprecierea omogenității absorbției de apă în mixturile compactate, folosind ca bază de calcul relația

$$C_o^a = 1 - \frac{\epsilon_{av}}{\bar{A}_v \sqrt{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.16)$$

unde  $\bar{A}_v$  este valoarea medie a absorbției de apă

## 4.2. Criterii statistice pentru proiectarea, controlul și evaluarea calității mixturilor asfaltice

Calitatea mixturilor asfaltice poate fi exprimată matematic pe baza parametrilor statistici ai caracteristicilor de dozaj sau fizico-mecanice. Parametrii statistici care cuantifică o anumită caracteristică a mixturii sînt: probabilitatea de realizare a acestei caracteristici și omogenitatea sa.



#### 4.2.1. Criterii generale pentru proiectarea nivelului de calitate la mixturile asfaltice

4.2.1.1. Studiul variabilității caracteristicilor tehnice ale materialelor rutiere utilizate la fabricarea mixturilor asfaltice. În scopul cunoașterii variabilității materialelor ce urmează a fi utilizate la fabricarea mixturilor, se recomandă să se efectueze în prealabil studii de variabilitate pe baza rezultatelor obținute la analizele și încercările curente de laborator. În cele ce urmează se prezintă un exemplu de studiu al variabilității pentru evaluarea calității unui agregat rutier.

**Exemplul de calcul 4.3.** Pe baza analizelor și încercărilor curente de laborator asupra unui depozit de balast utilizat la realizarea unui strat de bază rutier, să se evalueze calitatea acestuia în comparație cu cerințele prevăzute în STAS 662-81 pentru acest material, în ipoteza că probabilitatea minimă pentru acceptare este  $P = 75\%$ .

Etapele de evaluare, pot fi prezentate sub forma tabelară, astfel:

| Indicatori statistici                                  | Compoziția granulometrică |         |         | Echivalentul de nisip EN | Elemente gelive, % | Rezistența la uzură, % |
|--------------------------------------------------------|---------------------------|---------|---------|--------------------------|--------------------|------------------------|
|                                                        | 0,2                       | 0 – 7   | 31 – 71 |                          |                    |                        |
| Valori STAS 662-81                                     | 4 – 10                    | 30 – 45 | 25 – 40 | 30                       | 5                  | 35                     |
| Nr. determinări $n_i$                                  | 21                        | 21      | 21      | 11                       | 7                  | 7                      |
| Valoarea medie $\bar{x}_i$ a caracteristicii analizate | 8,5                       | 39,0    | 30,4    | 32                       | 4,1                | 31,4                   |
| $s_i$                                                  | 0,7                       | 3,2     | 4,3     | 5,2                      | 0,6                | 3,5                    |
| $C_v$ , %                                              | 8,5                       | 8,2     | 14,1    | 16,2                     | 11,6               | 11,1                   |
| $t_1^*$                                                | 1,95                      | 1,70    | 2,03    | 4,98                     | 1,31               | 0,90                   |
| $t_2^*$                                                | 5,84                      | 2,56    | 1,14    | 0,35                     | 5,98               | 4,10                   |
| $P(t_1)$ , %                                           | 93,0                      | 90,1    | 95,0    | 99,9                     | 77,0               | 69,2                   |
| $P(t_2)$ , %                                           | 99,9                      | 95,1    | 75,4    | 56,0                     | 99,9               | 99,3                   |
| $P(t_1, t_2)$ , %                                      | 96,5                      | 92,6    | 85,2    | 77,9                     | 88,4               | 84,2                   |

\*  $t_1$  și  $t_2$  reprezintă parametrii distribuției Student corespunzători toleranței minime și respectiv maxime admise de norme față de medie.

În concluzie, se poate afirma că balastul analizat corespunde condițiilor cerute de standard, cu probabilitatea medie  $\bar{P}(t_1, t_2) = 87,5\%$  fiind considerat ca acceptabil.

Similar, se pot efectua studii de variabilitate asupra tuturor materialelor utilizate la lucrările de drumuri, impunându-se de la început o probabilitate minimă de acceptare a cărei valoare poate fi stabilită încă din faza de proiectare în funcție de importanța drumului și de posibilitățile reale de utilizare existente în zona în care urmează să se execute lucrarea.

**4.2.1.2. Criterii de proiectare a nivelului de calitate pentru mixturile asfaltice.** Nivelul de calitate proiectat,  $Q_p$ , se exprimă prin probabilitatea proiectată de realizare a rețetei,  $P_p$ , în limitele de toleranță  $\varepsilon$  specificate de proiect și prin gradul de omogenitate proiectat pentru realizarea rețetei  $C_{op}$ , exprimat prin calificativele cunoscute.

Valorile acestor parametri se aleg ținând seama de următoarele caracteristici :

- calitatea materialelor ce urmează a fi utilizate la fabricare estimată pe baza rezultatelor obținute la analize și încercări, și acolo unde există posibilități, pe baza studiilor de variabilitate de genul celui ilustrat în exemplul de calcul 4.3;
- clasa tehnică a drumului pe care se va așterne mixtura asfaltică;
- gradul de dotare tehnică estimat conform criteriilor din tabelul 4.2;
- posibilitățile de control tehnic al calității lucrărilor, estimate conform criteriilor :

| Calificare personal tehnic | Calificare laborant | Dotare laborator | Calificativ |
|----------------------------|---------------------|------------------|-------------|
| B                          | B                   | B                | B           |
| B                          | S                   | S                | B           |
| S                          | B                   | B                | B           |
| S                          | S                   | B                | S           |

Valorile recomandate pentru indicatorii nivelului de calitate la mixturile și îmbrăcămințile asfaltice sînt date în tabelul 4.3.

În cele ce urmează se prezintă un exemplu de proiectare a nivelului de calitate pentru caracteristicile de dozaj și pentru caracteristicile fizico-mecanice, folosind criteriile menționate.

**Exemplul de calcul 4.4.** Să se proiecteze caracteristicile de dozaj și cele fizico-mecanice pentru o mixtură asfaltică destinată executării unei îmbrăcăminți, pe un sector de drum național, cînd se cunosc :

- gradul de dotare tehnică,  $I$ ;
- calitatea materialelor estimată pe bază de studii de variabilitate,  $S$ ;
- posibilități de control,  $B$ .

Conform criteriilor enunțate anterior, nivelul de calitate proiectat se exprimă prin probabilitatea de realizare proiectată  $P_p = 90\%$  și prin gradul de omogenitate  $B$ , ceea ce corespunde unui punctaj  $Q_p = 90$ .

Tabelul 4.2. Criteriile de estimare a gradului de dotare tehnică

| Dotare tehnică                                         |                                             | Grad I | Grad II | Grad III |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------|--------|---------|----------|
| A. Instalații și utilaje pentru fabricarea mixturilor  | Pentru agregate :                           |        |         |          |
|                                                        | – predozatoare                              |        |         |          |
|                                                        | agregat umed : reglaj manual                | –      | –       | ×        |
|                                                        | reglaj automat                              | ×      | ×       | –        |
|                                                        | – dozatoare                                 |        |         |          |
|                                                        | agregat uscat : cu posibilități de ciuruire | ×      | ×       | –        |
|                                                        | fără posibilități de ciuruire               | –      | –       | ×        |
|                                                        | exhaustare                                  |        |         |          |
|                                                        | praf B                                      | ×      | –       | –        |
|                                                        | S                                           | –      | ×       | –        |
|                                                        | N                                           | –      | –       | ×        |
|                                                        | Pentru filer :                              |        |         |          |
|                                                        | – dozatoare                                 |        |         |          |
|                                                        | filer uscat : automatizat                   | ×      | –       | –        |
|                                                        | gravimetric                                 | ×      | ×       | –        |
|                                                        | – dozatoare                                 | –      | –       | ×        |
|                                                        | filer umed : volumetric                     |        |         |          |
| B. Utilaje de răspîndire și de cilindrare a mixturilor | Pentru bitum :                              |        |         |          |
|                                                        | – batal : dozare gravimetrică               | –      | ×       | ×        |
|                                                        | dozare volumetrică                          | –      | ×       | –        |
|                                                        | – cisterne : dozare gravimetrică            | ×      | –       | –        |
|                                                        | dozare volumetrică                          | –      | ×       | –        |
|                                                        | Repartizoare : cu palpator                  | ×      | –       | –        |
|                                                        | fără palpator                               | –      | ×       | ×        |
|                                                        | Autogreder                                  | –      | –       | ×        |
|                                                        | Cilindri : liși                             | ×      | ×       | ×        |
|                                                        | pe pneuri                                   | ×      | ×       | –        |
|                                                        | vibratori                                   | ×      | –       | –        |

Tabelul 4.3. Indicatorii recomandați pentru nivelul de calitate al drumurilor

| Condiții tehnice de execuție estimate |                        |                         | Nivel de calitate proiectat |              | Punctaj $Q_p$ |
|---------------------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------------|--------------|---------------|
| Gradul de dotare tehnică              | Calitatea materialelor | Posibilități de control | Probabilitatea, %           | Omogenitatea |               |
| I                                     | B                      | B                       | 95                          | FB           | 95            |
|                                       |                        | S                       | 90                          | B            | 90            |
|                                       | S                      | B                       | 90                          | B            | 90            |
|                                       |                        | S                       | 85                          | S            | 85            |
| II                                    | B                      | B                       | 85                          | B            | 85            |
|                                       |                        | S                       | 80                          | S            | 80            |
|                                       | S                      | B                       | 80                          | B            | 80            |
|                                       |                        | S                       | 75                          | S            | 75            |
| III                                   | B                      | B                       | 75                          | B            | 75            |
|                                       |                        | S                       | 70                          | S            | 70            |
|                                       | S                      | B                       | 70                          | B            | 70            |
|                                       |                        | S                       | 65                          | S            | 65            |



### Caracteristici proiectate :

| Caracteristici de dozaj                                                                    | Bitum<br>% | Filler<br>% | Agregat<br>fin<br>% | Agregat<br>mare<br>% |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-------------|---------------------|----------------------|
| Rețeta (Job Mix Formula)                                                                   | 7,0        | 11,9        | 44,8                | 43,3                 |
| Toleranțe admise $\pm \epsilon_a$                                                          | 0,4        | 2,0         | 5,0                 | 10,0                 |
| Probabilitatea minimă proiectată pentru realizarea rețetei în toleranțele admise $P_p, \%$ |            |             | 90                  |                      |
| Gradul de omogenitate proiectat                                                            |            |             | B                   |                      |

| Caracteristici fizico-mecanice             | Stabi-<br>litate<br>kg | Fluaj<br>0,1 mm | Densitate<br>aparentă<br>g/cm <sup>3</sup> | Absorbție<br>% | $R_c^{22^\circ C}$<br>daN/cm <sup>2</sup> |
|--------------------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------------------------------|----------------|-------------------------------------------|
| Rețeta (Job Mix Formula)                   | 880                    | 3,2             | 2,315                                      | 3,4            | 35                                        |
| STAS 174-73                                | 550                    | 1,5/4,5         | 2,300                                      | 0 - 5          | 30                                        |
| Toleranțe $\pm \epsilon_a$                 | +333                   | +1,3            | +85                                        | +1,6           | +17                                       |
| Probabilitatea minimă proiectată $P_p, \%$ | -317                   | -1,7            | -15                                        | -0,4           | -5                                        |
| Gradul de omogenitate proiectat            |                        |                 | 90<br>B                                    |                |                                           |

### 4.2.2. Analiza statistică a procesului tehnologic de fabricare a mixturilor asfaltice, premergătoare introducerii metodelor de control statistic

4.2.2.1. Necesitatea efectuării unor analize premergătoare introducerii metodelor de control statistic. În cadrul programului de măsuri destinat îmbunătățirii calității îmbrăcăminților asfaltice intră măsurarea caracteristicilor de dozaj ale mixturii fabricate. Asupra valorilor acestor caracteristici nu se poate efectua un control global. Soluția modernă constă în aplicarea unor metode de control statistic, care să permită ca prin cercetarea unui număr cât mai redus de probe să se tragă o serie de concluzii asupra procesului de fabricație.

Pentru a putea aplica o metodă de control statistic este necesară efectuarea unei analize preliminare a procesului tehnologic, prin care se urmărește stabilitatea statică și cea dinamică a acestuia. Stabilitatea statică a procesului tehnologic este definită prin parametrii de poziție și de variabilitate cunoscuți, în timp ce stabilitatea dinamică se referă la evoluția în timp a acestor parametri.

**4.2.2.2. Verificarea stabilității statice a procesului tehnologic.** Pe lângă cunoașterea parametrilor de poziție (modul, mediana, media) și a celor de variabilitate (amplitudinea, dispersia, abaterea standard) se pune problema asimilării distribuțiilor empirice cu distribuții teoretice cunoscute, prezentate în cap. 1. Pentru aceasta este suficient să se facă tabelarea și reprezentarea grafică a datelor de care se dispune, pentru a putea face o primă apreciere asupra felului distribuției. Așa cum s-a arătat în cap. 1, dintre distribuțiile teoretice cunoscute, cea mai frecvent utilizată este legea normală. Caracteristic pentru curba normală este faptul că 99,7% din valorile distribuției se găsesc în intervalul  $\bar{X} \pm 3\sigma$ , curba fiind perfect simetrică.

Cunoscând caracteristicile curbei normale, o primă examinare a histogramei de frecvențe indică dacă distribuția empirică poate fi asimilată cu distribuția normală.

O metodă mai rapidă pentru testarea normalității unei distribuții empirice este metoda probiturilor, folosindu-se în acest scop anexa XII, unde sînt date valorile probiturilor corespunzătoare frecvențelor cumulate ale distribuției empirice. Reprezentînd punctele respective la o scară uniformă, în cazul în care acestea se înscriu aproximativ pe o dreaptă, se poate afirma că distribuția empirică studiată este normală.

O altă metodă de testare a normalității unei distribuții empirice constă în reprezentarea frecvențelor cumulate ale acestora pe o rețea de probabilitate, punctele înscriindu-se aproximativ pe o dreaptă în cazul unei distribuții normale.

Așa cum s-a arătat în cap. 1, există și alte metode de testare a normalității distribuțiilor Student.

**4.2.2.3. Verificarea stabilității dinamice a procesului tehnologic.** Pentru verificarea stabilității dinamice a procesului tehnologic se întocmește o fișă de control alegîndu-se ca parametri caracteristici valoarea medie sau amplitudinea.

Pe baza fișelor de control pentru medie și amplitudine, se pot face următoarele interpretări:

- dacă toate valorile medii nu depășesc limitele de control, rezultă că procesul tehnologic este stabil ca reglaj;
- dacă toate valorile amplitudinii nu depășesc limita de control, rezultă că procesul tehnologic este stabil ca precizie;
- dacă se găsesc puncte ieșite atît din limitele de control ale spațiului superior (pentru medii), cît și deasupra limitei superioare de control (pentru amplitudine), procesul tehnologic este instabil atît ca precizie cît și ca reglaj;
- dacă numai în spațiul inferior se găsesc puncte deasupra limitei de control, procesul tehnologic este stabil ca reglaj, dar instabil ca precizie;



— dacă numai în spațiul superior se găsesc puncte care ies din domeniul înscris între limitele de control, procesul tehnologic este instabil, ca reglaj, dar stabil ca precizie.

În cazul în care, pe baza unor astfel de interpretări, rezultă că procesul tehnologic nu este stabil, se caută cauzele care conduc la instabilitate pentru a fi înlăturate, apoi se trece la compararea stării actuale a procesului tehnologic cu prescripțiile tehnice, prin compararea cîmpului de împrăștiere a rezultatelor cu cîmpul de toleranță.

Compararea stării actuale a procesului tehnologic cu prescripțiile tehnice se face în funcție de situațiile în care se află procesul tehnologic din punct de vedere al stabilității.

În cazul procesului tehnologic stabil ca reglaj și ca precizie, este îndreptățită asimilarea distribuției empirice cu o distribuție normală sau Student. În acest caz se calculează fracțiunea defectă, proprie procesului tehnologic, și se apreciază dacă aceasta poate fi acceptată, procedîndu-se ca în exemplul următor.

**Exemplul de calcul 4.5.** Cunoscînd că normele specifice proiectului admit pentru dozajul de bitum proiectat  $B = 8\%$  o toleranță  $\epsilon_a = \pm 0,3$  și că dintr-un esanșion de 15 probe recoltate din stație a rezultat o valoare medie a dozajului  $\bar{B} = 8,0\%$  și o abatere standard  $s = 0,105$ , să se determine fracțiunea defectă proprie procesului de fabricație și să se compare cu fracțiunea defectă admisă conform specificațiilor proiectului ( $F_a^{adm} = 5\%$ ).

Fracțiunea defectă proprie procesului tehnologic este definită ca procentul din cantitatea de mixtură care ar avea un conținut de bitum în afara limitelor admise, adică în afara intervalului 7,7—8,3.

Fracțiunea defectă se calculează cu relația

$$F_a = S_1 + S_2 \quad (4.17)$$

unde  $S_1$  și  $S_2$  sînt suprafețele amplasate de o parte și de alta a curbei normale, în afara limitelor admise.

Conform celor arătate la cap. 1, aceste suprafețe se definesc cu relațiile

$$S_1 = 0,5 - \Phi(z_1) \quad (4.18)$$

unde

$$z_1 = \frac{B_{min} - \bar{B}}{s} = 2,86.$$

În mod similar  $S_2$  se calculează cu relația

$$S_2 = 0,5 - \Phi(z_2) \quad (4.19)$$

unde

$$z_2 = \frac{\bar{B} - B_{max}}{s} = 2,86.$$



Din tabelul 1.7 rezultă  $\Phi(z_1) = \Phi(z_2) = 0,478$ .

Înlocuind în relația (4.17) rezultă  $F_d = 0,4\%$ .

Se constată că fracțiunea defectă este mult mai mică decât cea admisă, astfel că se poate considera că stabilitatea procesului tehnologic de dozare a bitumului este asigurată.

În cazul în care în cadrul procesului tehnologic au loc dereglări dese și nu se poate fixa poziția cimpului de împrăștiere dat, poate fi calculată mărimea lui calculând abaterea medie pătratică, apoi se evaluează fracțiunea defectă proprie procesului tehnologic în faza actuală și pe baza acesteia se stabilește precizia instalației. Se caută eliminarea cauzelor care au permis instabilitatea reglajului, pentru a se asigura pe viitor stabilitatea mediei și menținerea ei la mijlocul cimpului de toleranță.

În cazul în care procesul tehnologic este instabil ca precizie, indiferent de felul reglajului, nu poate fi aplicat controlul statistic, deoarece nu se pot stabili limitele de control pentru parametrii statistici și nici fracțiunea defectă. În consecință, compararea cu prescripțiile tehnice nu este posibilă, impunându-se ca o primă măsură, identificarea și eliminarea cauzelor instabilității, după care se reia analiza statistică a procesului tehnologic.

În fișele de control rezultatele se înregistrează în ordinea recoltării probelor, pentru a putea observa tendința datelor înregistrate. Drept limită de control se folosește valoarea dublă a abaterii standard calculată pe baza numărului de date observate.

### 4.2.3. Criterii de evaluare a nivelului de calitate al mixturilor asfaltice

**4.2.3.1. Ipoteze de bază pentru aplicarea criteriilor.** Înainte de aplicarea criteriilor de estimare a nivelului de calitate pentru mixturi și îmbrăcămînți asfaltice, se verifică ipotezele :

- materialele introduse la fabricarea mixturilor asfaltice corespund specificațiilor tehnice ;
- regimul de temperaturi la fabricarea și punerea în operă a mixturilor asfaltice este menținut în limitele de toleranță specificate ;
- recoltarea probelor pentru analize și încercări se face după reguli probabilistice ;
- analizele și încercările se efectuează în conformitate cu specificațiile tehnice ;
- pentru șirul de date obținut la interpretare se verifică legea de distribuție normală.

**4.2.3.2. Criterii pentru evaluarea nivelului de calitate al mixturilor asfaltice.** Nivelul de calitate realizat se exprimă matematic plecând de la valorile indicatorilor de probabilitate și de omogenitate, care se calculează pe baza datelor obținute la analize și încercări.

Probabilitatea de realizare a dozajelor sau a caracteristicilor fizico-mecanice, în limitele de toleranță specificate de proiect,  $P_r$ , constituie indicatorul principal al nivelului de calitate atins și se compară cu probabilitatea proiectată,  $P_p$ , definită conform pct. 4.2.2.1.

Pentru nivelul de calitate atins se acordă punctaje, după cum urmează :

- în cazul  $P_r > P_p$  se acordă 100 puncte ;
- pentru cazul  $P_r < P_p$ , în funcție de diferența dintre aceste valori, se acordă între 0 și 90 de puncte, în mod diferențiat, astfel :

| $P_p - P_r$ | Punctajul acordat |
|-------------|-------------------|
| 0 - 3       | 90                |
| 3 - 6       | 80                |
| 6 - 10      | 70                |
| 10 - 15     | 60                |
| 15 - 20     | 50                |
| 20 - 25     | 40                |
| 25 - 30     | 30                |
| 30 - 35     | 20                |
| 35 - 40     | 10                |
| 40 - 50     | 5                 |
| 50          | 0                 |

Valorile punctajelor obținute se corectează cu un factor  $\pm c$ , stabilit în funcție de gradul de omogenitate realizat, astfel :

- cazul  $C_{or} = C_{op}$   $c = 0$  ;
- cazul  $C_{or} > C_{op}$   $c = +5$  puncte, pentru o diferență de o clasă ;  
 $c = +10$  puncte, pentru o diferență de două clase ;
- cazul  $C_{or} < C_{op}$   $c = -5$  puncte, pentru o diferență de o clasă ;  
 $c = -10$  puncte, pentru o diferență de două clase ;  
 $c = -15$  puncte, pentru o diferență de trei clase.

Nivelul global de calitate realizat,  $Q_r$ , se poate aprecia prin valoarea medie a nivelurilor de calitate obținute pentru dozaje și pentru caracteristicile fizico-mecanice. Acesta se compară cu nivelul de calitate proiectat  $Q_p$ , estimat conform celor arătate la pct. 4.2.1.2. În cazul în care  $Q_r < Q_p$ , se analizează cauzele care au condus la această situa-

ție și se stabilesc măsurile ce trebuie luate în campania următoare de lucrări, pentru a se realiza nivelul de calitate proiectat,  $Q_p$ .

Criteriile de mai înainte permit planificarea și urmărirea operativă a nivelurilor de calitate pentru diferite unități constructoare în funcție de condițiile specifice de dotare ale acestora.

În cele ce urmează se prezintă un exemplu de evaluare a calității mixturilor asfaltice fabricate și compararea acestora cu nivelul de calitate proiectat.

**Exemplul de calcul 4.6.** Să se evalueze nivelul de calitate global pentru mixtura asfaltică ale cărei caracteristici și nivel de calitate au fost proiectate conform datelor din exemplul de calcul 4.4.

| Caracteristici de dozaj                                                       | Bitum<br>% | Filler<br>% | Agregat<br>fin<br>% | Agregat<br>mare<br>% |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------|-------------|---------------------|----------------------|
| $n$                                                                           | 20         | 20          | 20                  | 20                   |
| $\bar{x}$                                                                     | 6,81       | 10,26       | 47,32               | 42,42                |
| $s$                                                                           | 0,365      | 1,312       | 5,563               | 5,683                |
| $C_p$                                                                         | 5,36       | 12,79       | 11,75               | 13,40                |
| $t$                                                                           | 1,069      | 1,488       | 0,877               | 1,717                |
| $P_p$ , %                                                                     | 73,5       | 84,0        | 65,0                | 89,7                 |
| $\bar{P}_p$ , %                                                               |            | 79,0        |                     |                      |
| $C_{or}$                                                                      | 0,943      | 0,809       | 0,897               | 0,770                |
| Calificativul omogenității conform tabelor<br>și diagramelor uzuale din anexe | B          | B           | B                   | S                    |
| Omogenitate medie                                                             |            | B           |                     |                      |

**Concluzii.** Pe baza acestor rezultate se poate afirma că dozajele proiectate au fost realizate în limitele de toleranță specificate, cu probabilitatea de 79,0%, omogenitatea mixturii fiind bună. Pe baza criteriilor stabilite anterior, punctajul acordat pentru dozaje este 60.

| Caracteristici fizico-mecanice                                                   | Stabilitate<br>kg | Fluaj<br>0,1 mm | Densitate<br>aparentă<br>g/cm <sup>3</sup> | Absorbție<br>% | $R_p$ 22°C<br>daN/cm <sup>2</sup> |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-----------------|--------------------------------------------|----------------|-----------------------------------|
| $n$                                                                              | 8                 | 8               | 8                                          | 8              | 8                                 |
| $\bar{x}$                                                                        | 917               | 3,52            | 2,302                                      | 2,5            | 32,9                              |
| $s$                                                                              | 115,2             | 0,485           | 11,3                                       | 1,39           | 2,87                              |
| $C_p$                                                                            | 12,5              | 12,3            | 0,49                                       | 55,7           | 8,7                               |
| $t$                                                                              | 2,507             | 2,750           | 3,923                                      | 1,617          | 3,219                             |
| $P_p$ , %                                                                        | 95,7              | 96,5            | 76,9                                       | 86,0           | 81,9                              |
| $\bar{P}_p$ , %                                                                  |                   | 88,0            |                                            |                |                                   |
| $C_{or}$                                                                         | 0,686             | 0,661           | 0,981                                      | 0,110          | 0,720                             |
| Calificativul omogenității conform<br>tabelor și diagramelor uzuale<br>din anexe | S                 | S               | FB                                         | N              | S                                 |
| Omogenitate medie                                                                |                   | S               |                                            |                |                                   |



**Concluzii.** Pe baza acestor rezultate se poate afirma că lotul de mixtură considerat a fost realizat în conformitate cu caracteristicile fizico-mecanice proiectate, cu probabilitatea de 88,0%, omogenitatea mixturii fiind satisfăcătoare.

Pe baza criteriilor enunțate anterior, punctajul acordat pentru caracteristicile fizico-mecanice este 85.

Nivelul de calitate global estimat ca medie a punctajelor obținute pentru dozaje și caracteristici fizico-mecanice este  $Q_r = 73$  și este mai mic decât nivelul de calitate proiectat,  $Q_p = 90$ .

În ultimii ani, în scopul prelucrării și interpretării operative a volumelor mari de date necesare la determinarea indicatorilor statistici de calitate ai mixturilor asfaltice, s-a întocmit deja la Direcția de drumuri și poduri Iași programe adecvate pentru calculatorul electronic. Aceste programe includ formulare informatizate și fișiere de cartele corespunzătoare formațiilor de covoare asfaltice și tipurilor de mixturi utilizate. Datele, corectate în prealabil, sînt sortate pe formații, drumuri, sectoare și tipuri de mixturi, iar programul afișază lista finală de rezultate. Calculul și editarea listei, inclusiv validarea datelor pentru un sector de drum cuprinzînd 50 de probe analizate durează în medie 20 s.



## 5. Criterii și metode statistice pentru controlul și evaluarea calității betoanelor de ciment și a materialelor rutiere stabilizate cu lianți

### 5.1. Controlul statistic al calității betoanelor de ciment

#### 5.1.1. Metode statistice pentru controlul fabricării betoanelor de ciment

Betoanele de ciment se definesc [43] ca fiind amestecuri artificiale, bine omogenizate, de lianți, agregate și apă care, după întărirea lianților, dau produse cu aspect conglomerat.

În scopul controlului betonului de ciment proaspăt, se examinează și se verifică următoarele caracteristici :

- compoziția granulometrică a amestecului de agregate ;
- conținutul de ciment ;
- conținutul de apă ;
- consistența ;
- volumul de aer oclus.

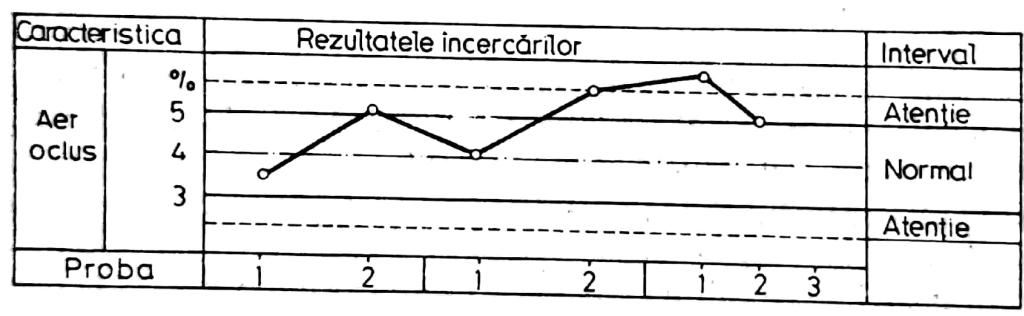
Normele tehnice actuale precizează intervalele de variație și limitele de admisibilitate pentru aceste caracteristici (tabelul 5.1) și dau un grafic model de înregistrare a rezultatelor obținute (fig. 5.1—5.3).

Pentru o mai bună urmărire a compoziției granulometrice a amestecului de agregate, se recomandă a se utiliza diagrama de înregistrare din fig. 5.4.

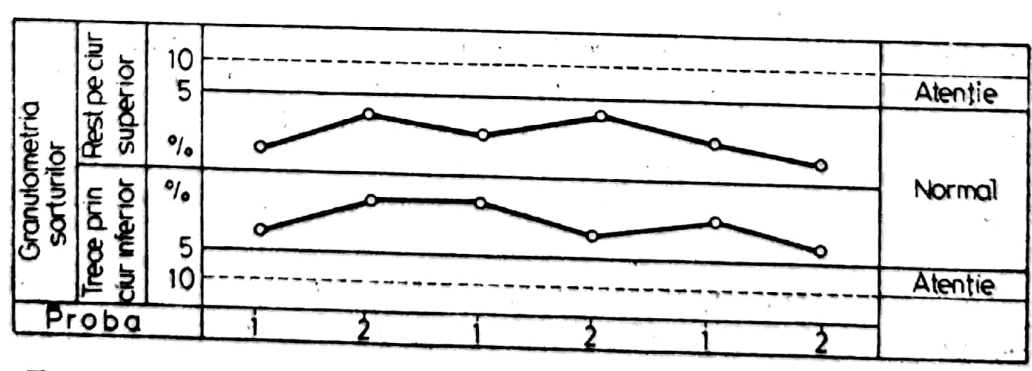
Dacă unul din rezultate se situează în intervalul de atenție A, se continuă determinările, pînă cînd cel puțin 3 rezultate consecutive se înscriu în intervalul normal N. În caz contrar se oprește fabricarea și se iau măsurile de remediere corespunzătoare.

**Tabelul 5.1. Intervalele de variație și limitele de admisibilitate pentru caracteristicile ce se urmăresc statistic, la betonul proaspăt**

| Caracteristici                                                | Interval de variație |                     | Frecvența pe schimb |
|---------------------------------------------------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
|                                                               | Normal               | De atenție          |                     |
| Granulozitatea sortului de agregat :                          |                      |                     |                     |
| – rest pe ciurul superior, %                                  | 0 – 7,0              | 7,1 – 10            | 2                   |
| – trecere prin ciur inferior, %                               | 0 – 7,0              | 7,1 – 10            | 2                   |
| Consistența :                                                 |                      |                     |                     |
| – abateri, în cm, față de tasarea medie prescrisă             | $\pm 1,0$            | $\pm (1,1 - 1,5)$   | 4                   |
| – abateri, în cm, față de răspindirea medie adoptată          | $\pm 2,5$            | $\pm (2,6 - 3,5)$   | 4                   |
| Conținutul de agregat mare, abateri față de valoarea adoptată | $\pm 0,10$           | $\pm (0,11 - 0,15)$ | 4                   |
| Volumul de aer oclus în betoane având agregat de sortul :     |                      |                     |                     |
| 0 – 16                                                        | 5,0 – 7,0            | 4,0 – 5,0           | 2                   |
| 0 – 31                                                        | 3,5 – 5,0            | 7,0 – 7,5           |                     |
|                                                               |                      | 3,0 – 3,5           |                     |
| 0 – 71                                                        | 2,0 – 3,5            | 5,0 – 5,5           | 2                   |
|                                                               |                      | 1,5 – 2,0           |                     |
|                                                               |                      | 3,5 – 4,0           | 2                   |



**Fig. 5.1. Diagrama de control pentru volumul de aer oclus în betoanele de ciment.**



**Fig. 5.2. Diagrama de control pentru granulometria sorturilor în betoanele de ciment.**



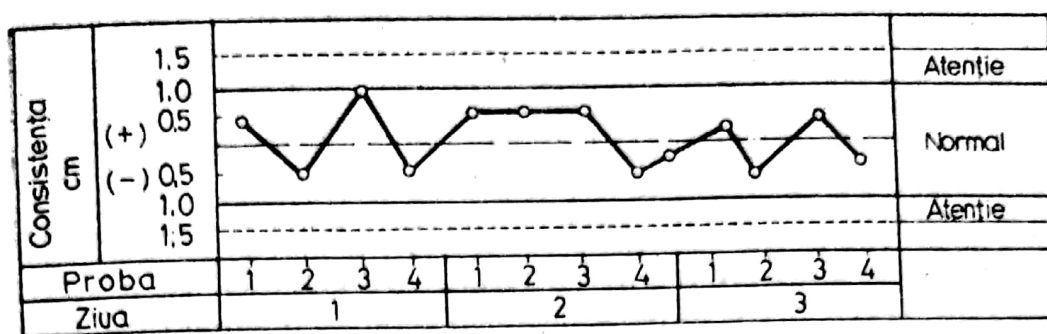


Fig. 5.3. Diagrama de control pentru consistența betonului proaspăt.

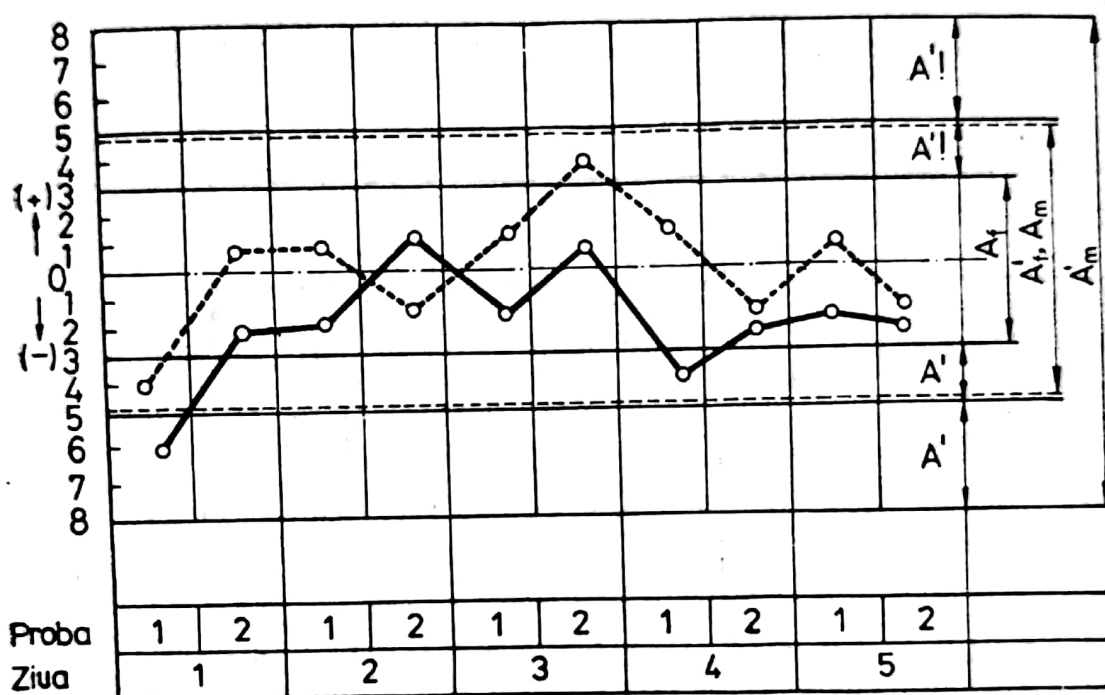


Fig. 5.4. Diagrama de control pentru dozajul de agregat fin,  $A_f$ , și respectiv agregat mare,  $A_m$ , în betonul de ciment proaspăt.

### 5.1.2. Verificarea realizării mărcii betonului

Criteriul de verificare a realizării mărcii betonului se exprimă prin raportul dintre rezistența minimă probabilă, sub care se pot înscrie cel mult 5% din rezultate,  $R_k$ , și marca betonului,  $R_b$ . Prelucrarea rezultatelor se face luînd în considerare un număr minim de trei serii de epruvete, fiecare serie avînd minimum trei epruvete.

În cazul în care numărul seriilor de epruvete  $n > 30$ , se procedează la determinarea rapoartelor,  $r_i$  cu relația

$$r_i = \frac{R_i}{R_b} \quad (5.1)$$

și la clasarea în ordine crescătoare sau pe intervale a valorilor obținute. În cazul în care valorile extreme sînt mult diferite de grupul celorlalte, acestea se testează în scopul eliminării valorilor aberante. Se calculează apoi rezistența medie  $R$  și amplitudinea  $\omega$  folosind procedeele statistice cunoscute.

În funcție de numărul rezultatelor acceptate pentru prelucrare  $n'$  și de amplitudinea  $w$ , se determină coeficientul  $q$  din tabelul 5.2.

Tabelul 5.2. Valorile  $q$  și  $C_v$  (%) în funcție de  $w$  și  $n'$

| $w \backslash n'$ | 3    |       | 5    |       | 7    |       | 10   |       | 15   |       | 20   |       | 30   |       |
|-------------------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|
|                   | $q$  | $C_v$ | $q$  | $C_v$ | $q$  | $C_v$ | $q$  | $C_v$ | $q$  | $C_v$ | $q$  | $C_v$ | $q$  | $C_v$ |
| 0 - 0,1           | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    |
| 0,11 - 0,20       | 0,66 | 12    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    |
| 0,21 - 0,30       |      |       | 0,73 | 13    | 0,78 | 11    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    |
| 0,31 - 0,40       |      |       | 0,63 | 17    | 0,71 | 15    | 0,76 | 13    | 0,79 | 12    | 0,80 | 10    | 0,80 | 10    |
| 0,41 - 0,50       |      |       | 0,54 | 22    | 0,64 | 19    | 0,70 | 16    | 0,73 | 15    | 0,74 | 15    | 0,75 | 15    |
| 0,51 - 0,60       |      |       |      |       | 0,57 | 22    | 0,64 | 20    | 0,68 | 18    | 0,69 | 18    | 0,70 | 17    |
| 0,61 - 0,70       |      |       |      |       | 0,50 | 26    | 0,58 | 23    | 0,62 | 21    | 0,64 | 21    | 0,65 | 20    |
| 0,71 - 0,80       |      |       |      |       |      |       | 0,52 | 26    | 0,57 | 24    | 0,58 | 24    | 0,61 | 23    |
| 0,81 - 0,90       |      |       |      |       |      |       |      |       | 0,52 | 27    | 0,53 | 27    | 0,56 | 26    |

Se calculează rezistența caracteristică  $R_k$  cu relația

$$R_k = q \cdot R \quad (5.2)$$

și indicele de realizare a mărcii betonului cu relația

$$I^k = \frac{R_k}{R_b} \quad (5.3)$$

Se compară valoarea  $I^k$  astfel obținută, cu valoarea normală,  $I_{\text{st}}$ , determinată în funcție de valoarea  $C_v$ , conform tabelului :

| $C_v, \%$       | 15   | 20   | 25   | 30   |
|-----------------|------|------|------|------|
| $I_{\text{st}}$ | 0,70 | 0,75 | 0,80 | 0,90 |

Betonul se consideră de calitate corespunzătoare cînd  $r^* \leq r_n^*$ .

În cazul în care  $n < 30$ , prelucrarea și interpretarea datelor se fac în mod similar cu cazul precedent, cu diferența că valoarea  $R_k$  se determină folosind coeficientul de variație  $C_v$  și parametrul  $t$  cu relația

$$R_k = R \left[ 1 - \frac{t \cdot C_v}{100} \right]. \quad (5.4)$$

unde  $t$  este parametrul Student și se obține din tabelul 1.3 pentru pragul de semnificație  $\alpha = 10\%$  și pentru un număr de grade de libertate  $v = n' - 1$ , iar  $R$  este valoarea medie a rezistenței la compresiune.

### 5.1.3. Aplicații ale metodelor statistice la lucrările de betoane de ciment

Problema care apare frecvent în practica șantierelor și a fabricilor de ciment este aceea de a determina dacă diferența dintre două valori medii ale rezistențelor la compresiune este cauzată de eventuale abateri de la procesul tehnologic stabilit sau dacă aceasta este numai întâmplătoare, fiind cauzată de variația naturală a procesului respectiv.

În termeni statistici aceasta se realizează calculînd parametrul statistic  $t$  pe baza variațiilor cunoscute și comparîndu-l cu valorile  $t$  tabelate. Parametrul  $t$  se calculează cu relația

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \cdot \left(\frac{s_1^2}{v_1} + \frac{s_2^2}{v_2}\right)}}. \quad (5.5)$$

Dacă valoarea  $t$  calculată depășește valoarea  $t$  din tabele, atunci se poate afirma că diferența dintre cele două valori medii, care se compară este semnificativă.

**Exemplul de calcul 5.1.** Să se compare performanțele a două prese pentru încercarea betoanelor existente în două laboratoare diferite și să se stabilească dacă între ele există o diferență semnificativă.

Această problemă apare frecvent în cazul în care beneficiarul și constructorul lucrării execută încercări pe epruvete confecționate din aceeași probă, dar în laboratoare diferite, obținînd rezultate care diferă între ele.

În scopul testării celor două mașini de încercare, se confecționează, în condiții identice, un număr de 12 epruvete dintr-o cantitate



de beton recoltată din aceeași șarjă. Se încearcă la compresiune la fiecare presă câte 6 epruvete, obținându-se următoarele rezultate (în  $\text{N/mm}^2$ ):

Presă I: 39 38 45 41 41 41.

Presă a II-a: 33 43 37 32 40 41.

Cu aceste valori se determină

Presă I:  $n_1 = 6$ ;  $\bar{x}_1 = 41,4$ ;  $s_1 = 2,54$ ;  $v_1 = 5$ .

Presă a II-a:  $n_2 = 6$ ;  $\bar{x}_2 = 37,7$ ;  $s_2 = 4,19$ ;  $v_2 = 5$ .

Înlocuind aceste valori în relația (5.5), rezultă  $t = 1,85$ .

Din tabelul 1.3, pentru un număr de grade de libertate  $v = 10$  și pentru  $\alpha = 0,05$ , rezultă valoarea parametrului  $t = 2,228$ . Întrucât valoarea parametrului  $t$  calculată este mai mică decât valoarea  $t$  tabelată, se poate concluziona că între cele două mașini de încercare nu există o diferență semnificativă.

În procesul de fabricație a betoanelor, există o serie de factori care influențează calitatea acestora. La analiza varianței procesului de fabricație a betoanelor de ciment, se pune adesea problema estimării variabilității șarjelor de beton produse de aceeași instalație, în scopul testării performanțelor acesteia.

În asemenea cazuri, se poate adopta pentru studiul variabilității un model statistic definit cu relația

$$Y_{ij} = Y + A_i + E_{ij} \quad (5.6)$$

unde:  $i$  este numărul de șarje;

$j$  — numărul de epruvete încercate din fiecare șarjă;

$Y_{ij}$  — rezistența obținută pe epruveta  $j$  din șarja  $i$ ;

$Y$  — valoarea medie a rezistenței obținute pentru toate încercările;

$A_i$  — diferența dintre  $Y$  și valoarea medie a rezistenței pentru o șarjă;

$E_{ij}$  — diferența dintre rezistența epruvetei  $j$  din șarja  $i$  și valoarea medie a rezistenței acestei șarje.

**Exemplul de calcul 5.2.** În scopul testării performanțelor unei instalații de preparare a betoanelor de ciment s-au recoltat probe de beton din patru șarje consecutive, din fiecare probă confecționându-se câte 3 epruvete, la încercarea cărora s-au obținut valorile (în  $\text{N/mm}^2$ ):

Șarja I: 19,8 21,1 19,8.

Șarja a II-a 21,8 22,0 21,0.

Șarja a III-a: 21,2 21,5 21,2.

Șarja a IV-a: 21,4 21,4 21,0.

Să se estimeze variabilitatea șarjelor de beton produse de această instalație folosind modelul statistic definit cu relația (5.6).

Interpretind datele, rezultă :  $Y = 21,1$  ;  $A_t = 3,2$  ;  $E_{tj} = 1,9$  ;  $s_1^2 = 1,07$  ;  $s_2^2 = 0,23$ .

Pentru testare se folosește distribuția  $F$  descrisă în cap. 1. În acest scop se calculează raportul  $F = 4,61$ . Din tabelul 1.9, pentru  $v_1 = 3$  ;  $v_2 = 8$  și  $P = 95\%$ , rezultă  $F = 4,07$ .

Deoarece valoarea găsită în tabele este depășită de valoarea  $F$  reală, se poate afirma că există o diferență semnificativă între șarje și ca urmare trebuie căutate cauzele care o produc pentru a fi înlăturate.

## 5.2. Controlul calității straturilor rutiere realizate din pământuri și agregate stabilizate cu lianți

Calitatea straturilor rutiere realizate din pământuri stabilizate cu lianți (var, ciment, bitum etc.) depinde între altele de uniformitatea amestecurilor realizate. Prin stabilizare se caută să se îmbunătățească unele caracteristici ale pământurilor, cum sînt : rezistențele mecanice, permeabilitatea, stabilitatea volumului, durabilitatea etc.

Studiile de variabilitate efectuate asupra pământurilor stabilizate au evidențiat că aceste caracteristici sînt influențate de variabilitatea pământurilor, a liantului utilizat și de erorile ce se produc la recoltarea și încercarea probelor.

Controlul calității execuției și controlul efectuat la recepție se execută de regulă asupra cîtorva proprietăți ale pământurilor stabilizate, care pot fi ușor măsurate pe teren, cum sînt : volumul de goluri, dedus pe baza rezultatelor obținute pentru densitate și umiditate, valoarea  $CBR$  (indicele de portanță californian) etc. Frecvența acestor încercări și procedeele statistice de control sînt cele indicate la cap. 3, pentru lucrările de terasamente. Metcalf [33] a propus ca probabilitatea de acceptare a unei lucrări, determinată cu relația

$$P = \frac{n! p^r q^{(n-r)}}{r! (n-r)!} \quad (5.7)$$

să fie luată în considerare la contractarea și respectiv la recepția lucrărilor de acest gen.

În relația (5.7), necunoscutele au următoarele semnificații :

$r$  este numărul de defecțiuni într-o probă ;



$n$  este numărul de eșantioane al probei;

$P$  — probabilitatea de acceptare;

$p$  — proporția de rezultate care cad sub valorile specificate;

$q = 1 - p$ .

Selectînd valori corespunzătoare pentru  $P$  și  $p$ , atît riscul beneficiarului de a accepta lucrări de calitate slabă, cît și cel al constructorului de a avea lucrări bune nerecepționate, pot fi fixate în prealabil la un nivel convenabil pentru ambele părți.

Este evident că acest procedeu este mult mai realist decît procedeul utilizat în mod curent și care specifică că nici un test nu trebuie să cadă sub valorile minime specificate.

Așa cum s-a arătat la începutul acestui capitol, avînd de a face cu o variabilitate mare a pămînturilor, straturile rutiere realizate din pămînturi tratate cu var, ciment, bitum sau, mai recent, din pămînturi tratate chimic, se controlează „a posteriori“, verificîndu-se următoarele caracteristici: conținutul de liant, conținutul de apă, volumul de goluri (pe baza rezultatelor obținute pentru densitate și umiditate), portanța straturilor, prin încercări *CBR*, încercări cu placa sau cu deflectometru, compoziția granulometrică a pămînturilor stabilizate etc.

Este riscant să se discute despre o distribuție „normală“ la pămînturi, variabilele întîmplătoare fiind foarte numeroase. Nu se poate vorbi deci despre o abatere tip, dar se pot folosi histogramele de frecvență ale rezultatelor obținute „a posteriori“, care se compară cu încercările „in situ“ determinate anterior, pe sectoare experimentale, pentru a corela între ele valorile medii.

Controlul calității amestecurilor de agregate stabilizate cu lianți, destinate executării straturilor rutiere, se face plecînd de la posibilitățile oferite de instalațiile de fabricație utilizate. Așa au fost studiile de variabilitate a proprietăților amestecurilor de agregate naturale stabilizate cu zgură de furnal întreprinse în cadrul Direcției de drumuri și poduri Iași, în scopul depistării unor eventuale dereglări ale procesului de fabricație în instalațiile de nisip stabilizat, cît și pentru studierea legilor de distribuție care guvernează caracteristicile examinate.

Dintre caracteristicile mai importante care se examinează la acest tip de material se menționează: conținutul de liant, conținutul de apă, conținutul în catalizator (ciment, var, gips, fosfogips etc.), compoziția granulometrică, rezistența la compresiune, rezistența la întindere sau la încovoiere, durata de malaxare a amestecurilor etc.

În lipsa unor interpretări statistice, în literatură se recomandă ca valorile individuale măsurate să nu depășească 10% pentru conținutul de ciment și 20% pentru conținutul de var, față de valorile prescrise.



Studii de variabilitate mai recente au arătat totuși că, pentru volumul de lucrări săptăminal sau lunar, realizat de un șantier de drumuri, se poate defini și determina o pseudoabatere tip, care caracterizează din punct de vedere statistic omogenitatea și implicit calitatea amestecurilor fabricate. Cu titlu orientativ, se recomandă următoarele valori limită pentru pseudoabaterea tip  $s'$ :

| Dozaj | Ciment | Var | Apă | Agregat fin | Agregat mare |
|-------|--------|-----|-----|-------------|--------------|
| $s'$  | 0,3    | 0,1 | 0,5 | 1,4         | 5,0          |

## 6. Criterii și metode statistice pentru evaluarea calității și a viabilității drumurilor

### 6.1. Criterii statistice pentru evaluarea calității îmbrăcăminților de drumuri

#### 6.1.1. Omogenitatea caracteristicilor fizico-mecanice

Calitatea îmbrăcăminților de drumuri se poate aprecia pe baza omogenității caracteristicilor fizico-mecanice, care atunci când corespund specificațiilor, asigură viabilitatea drumului.

După unii cercetători [37] se consideră că cea mai importantă caracteristică a unei îmbrăcăminți asfaltice o constituie gradul de compactare al acesteia. Astfel, se apreciază că circa 50% din degradările care apar în îmbrăcăminți pot fi atribuite lipsei de compactare, restul de 50% fiind atribuite dozajului redus de bitum, compoziției granulometrice necorespunzătoare, calității mediocre a fillerului mineral, rezistenței reduse la îngheț-dezgheț a agregatelor minerale, condițiilor de lucru necorespunzătoare (umezeală și frig în zonele temperate; ploi, furtuni de nisip sau variații brusce de temperatură, în zonele de desert) etc. De aceea, realizarea gradului de compactare specificat (circa 95% din densitatea aparentă realizată în laborator pe epruvete Marshall) constituie una din premisele obținerii unei calități superioare pentru îmbrăcămințile asfaltice.

Calitatea îmbrăcăminților asfaltice depinde și de compoziția și omogenitatea mixturilor puse în operă, de temperatura mixturii în timpul cilindrării, de capacitatea utilajelor de compactare și de numărul de treceri al acestora. Astfel, urmînd procesul tehnologic de cilin-

drare de la margini spre axa drumului, se obțin de regulă grade de compactare mai reduse în zona axei, deoarece cilindrarea mixturii se face cu un număr mai redus de treceri și ceva mai târziu decât pe zonele marginale. Având în vedere aceasta, prevederea unui cilindru suplimentar, care să acționeze în zona axei, poate constitui o măsură eficace pentru obținerea unei îmbrăcămînți omogene din punctul de vedere al compactării.

În anexa XIII se prezintă un studiu de variabilitate a gradului de compactare pentru circa 87 km de îmbrăcăminte asfaltică, executată pe drumul Tarhuna - Beni Walid, în Libia, din care rezultă o omogenitate bună a îmbrăcămînții realizate. Acest studiu a fost completat cu interpretarea statistică a rezultatelor măsurărilor grosimii straturilor, care este evidențiată în anexa XIV, împreună cu criteriile de apreciere a omogenității, pe baza valorii coeficientului de variație  $C_r$ .

Pentru drumul menționat se constată o omogenitate satisfăcătoare a grosimii stratului de binder și o omogenitate bună pentru grosimea stratului de uzură. În anexa XV se evidențiază interpretarea statistică a rezultatelor măsurărilor, pentru grosimea totală a îmbrăcămînții inclusiv stratul de bază granular, precum și criteriile de omogenitate respective. Se constată o omogenitate bună pentru grosimea totală a îmbrăcămînții nerigide a drumului.

Calitatea îmbrăcămînților poate fi apreciată și pe baza indicatorilor de rezistență, cum sînt stabilitatea Marshall și fluajul, determinate pe carote cilindrice recoltate direct din îmbrăcăminte, sau rezistența la compresiune, determinată pe epruvete cubice. În asemenea cazuri, aprecierea omogenității se face folosind criteriile stabilite pentru caracteristicile fizico-mecanice ale mixturilor și tabelele sau diagramele uzuale de apreciere a omogenității din anexe.

Calitatea îmbrăcămînților din beton de ciment poate fi apreciată pe baza valorilor rezistențelor mecanice obținute pe carote recoltate din îmbrăcăminte. Modul de interpretare a acestor rezultate a fost evidențiat în cap. 5.

### **6.1.2. Omogenitatea caracteristicilor de rulare ale îmbrăcămînților de drumuri**

Se poate considera că ultimul strat al îmbrăcămînții asfaltice sau al celei din beton de ciment constituie cel mai important element al sistemului rutier. De calitatea acestui strat depinde într-o mare măsură confortul pe care-l oferă drumul respectiv, iar caracteristicile de rulare



pe care le prezintă acest strat constituie un „autograf” al competenței și al capacității unității de construcție și de întreținere a aceluși drum.

Caracteristicile suprafeței de rulare, cum sînt: planeitatea, rugozitatea, luminozitatea și nivelul de zgomot rezultat ca urmare al interacțiunii dintre pneurile autovehiculelor și suprafața îmbrăcăminții depind de concepția și de modul de execuție al straturilor sistemului rutier.

Cunoașterea acestor caracteristici permite inginerului de drumuri să-și formeze o imagine completă atît în ceea ce privește suprafața de rulare, cît și starea în care se află drumul la un moment dat.

**6.1.2.1. Criterii statistice pentru aprecierea planeității suprafețelor de rulare ale drumurilor.** Planeitatea îmbrăcăminților de drumuri este o caracteristică a suprafeței de rulare care influențează confortul și siguranța circulației rutiere, apreciată prin suma denivelărilor și prin amplitudinea acestora.

Cercetări efectuate [8, 18, 19, 52] asupra planeității straturilor rutiere nerigide au pus în evidență faptul ca această caracteristică depinde atît de utilajele de răspîndire folosite, cît și de planeitatea stratului suport. Chiar în condițiile executării unor îmbrăcăminți asfaltice, folosind finisoare moderne, care asigură o precompactare a straturilor de aproximativ 90%, se apreciază că pentru realizarea restului de compactare de 10% se produc în îmbrăcăminți denivelări cauzate mai ales de atelierul de compactare. Pentru ca această influență să fie cît mai redusă, trebuie ca planeitatea stratului suport să fie cît mai bună.

Avînd în vedere aceste considerații, specificațiile tehnice pentru lucrări recomandă pentru diferitele straturi ale sistemului rutier toleranțele maxime admise ale denivelărilor, măsurate prin nivelment și sub rigla de control de 3 m sau 4 m lungime, din tabelul 6.1.

**Tabelul 6.1. Toleranțe de nivelment și de suprafațare admise pentru îmbrăcăminți**

| Stratul rutier    | Toleranța de nivelment mm |              | Denivelări maxime admise, mm |        |                  |        |
|-------------------|---------------------------|--------------|------------------------------|--------|------------------|--------|
|                   |                           |              | Sub rigla de 3 m             |        | Sub rigla de 4 m |        |
|                   | Spania                    | Anglia       | Belgia                       | Spania | Polonia          | Italia |
| 1                 | 2                         | 3            | 4                            | 5      | 6                | 7      |
| Strat de formă    | + 0<br>- 30               | + 20<br>- 30 | 20                           | 15     | 20               | —      |
| Strat de fundație | + 0<br>- 1,5d*            | + 10<br>- 30 | 10                           | 10     | 18               | —      |
| Strat de bază     | ± 15                      | ± 15         | 7                            | 8      | 15               | 8      |

\* d — grosimea stratului precedent, în mm.

Tabelul 6.1 (continuare)

| 1                                   | 2        | 3       | 4 | 5 | 6. | 7 |
|-------------------------------------|----------|---------|---|---|----|---|
| Strat de legătură<br>(binder)       | $\pm 15$ | $\pm 6$ | 7 | 8 | 5  | 6 |
| Strat de uzură<br>(beton asfaltic)  | $\pm 10$ | $\pm 6$ | 4 | 5 | 5  | 4 |
| Strat de uzură<br>(beton de ciment) | $\pm 6$  | —       | 4 | 4 | —  | 4 |

Pentru determinarea operativă a denivelărilor existente în profilul longitudinal, se utilizează echipamente speciale, cum sînt viagraful sau integratorul de denivelări.

Viagraful [18, 29, 52] permite determinarea denivelărilor existente în profil longitudinal, prin înregistrarea deplasărilor pe care le face o roată palpatoare în jurul centrului grinzii principale a aparatului. Un sistem grafic înregistrează aceste deplasări în mod continuu, în domeniul  $\pm 22,5$  mm.

Din prelucrarea datelor sistemului grafic se obține indicatorul hectometric viagraf,  $I_{hv}$ , definit ca valoarea cumulată a denivelărilor mai mari de 5 mm, pe distanța de 100 m.

Determinarea indicatorului  $I_{hv}$  pe baza determinărilor grafice se face marcînd pe diagrama înregistrată grafic punctele maxime și minime succesive care diferă între ele cu mai mult de 1 mm, fără a se lua în considerare valorile intermediare (fig. 6.1).

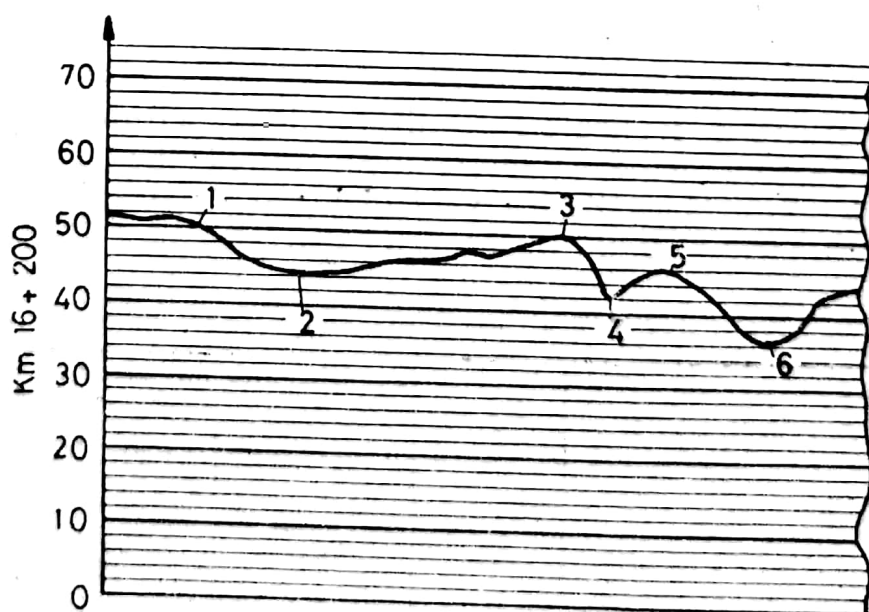


Fig. 6.1. Diagrama de înregistrare a datelor folosind viagraful.

Aceste puncte se numerează de la linia care marchează începutul sectorului măsurat și se termină pe linia care marchează sfârșitul sectorului, pentru fiecare punct marcat pe diagramă citindu-se valoarea  $h_i$ , în mm, măsurată de la marginea inferioară a benzii, apoi se calculează valoarea medie  $\bar{h}$ .

Se calculează valorile limită față de valoarea medie cu relațiile :

$$h_{max} = \bar{h} + 2,5 \text{ mm} \quad (6.8)$$

$$h_{min} = \bar{h} - 2,5 \text{ mm.} \quad (6.9)$$

Valorile denivelărilor cuprinse în intervalul  $h \pm 2,5 \text{ mm}$  se elimină, apoi se calculează valorile  $\Delta h_i$ , cu relațiile

$$\Delta h_i = h_i - h_{max} \quad (6.10)$$

pentru cazul  $h_i > h_{max}$ ;

$$\Delta h_i = h_{min} - h_i \quad (6.11)$$

pentru cazul  $h_i < h_{min}$ .

Indicatorul  $I_{hv}$  se determină cu relația

$$I_{hv} = |\sum \Delta h_i|. \quad (6.12)$$

În funcție de valoarea indicatorului  $I_{hv}$ , omogenitatea planeității poate fi caracterizată astfel :

| Omogenitate      | $I_{hv}$ , mm/100 m |
|------------------|---------------------|
| Foarte bună      | 0 – 15              |
| Bună             | 15 – 25             |
| Satisfăcătoare   | 25 – 60             |
| Nesatisfăcătoare | peste 60            |

Probabilitatea de realizare a condițiilor de planeitate [52] se specifică în proiect, în funcție de categoria drumului, de trafic exprimat prin media zilnică anuală (MZA) a vehiculelor și de utilajul pe care îl va folosi constructorul pentru așternerea mixturii (tabelul 6.2).

Tabelul 6.2. Probabilitatea de realizare a planeității îmbrăcăminților

| Categorii drumului                                    | $I_{hv}$<br>maxim | Probabilitatea de realizare a planeității, în % |            |            |
|-------------------------------------------------------|-------------------|-------------------------------------------------|------------|------------|
|                                                       |                   | Utilaj NPK                                      | Utilaj RMA | Autogreder |
| Autostrăzi                                            | 20                | 83                                              | 74         | 48         |
| Drumuri cu două benzi și<br>MZA > 3 000 vehicule/24 h | 30                | 89                                              | 79         | 61         |
| Drumuri cu două benzi și<br>MZA < 3 000 vehicule/24 h | 60                | 100                                             | 91         | 87         |



Măsurătorile cu viagraful se iau în considerație la recepția lucrărilor. Când diferența dintre  $I_{hv}$  planificat și  $I_{hv}$  realizat depășește valoarea 15, se recomandă să se efectueze măsurători suplimentare, pe cel puțin încă două sectoare a 100 m/km de îmbrăcăminte și să se ia în considerație valoarea medie astfel obținută. Dispunând de minimum trei valori pentru  $I_{hv}$ , se poate calcula și probabilitatea cu care valoarea medie a acestui indicator se înscrie în domeniul de planeitate proiectat, care se recomandă a fi :

- pentru autostrăzi :  $I_{hv} \pm 5$  ;
- pentru alte drumuri :  $I_{hv} \pm 10$ .

**6.1.2.2. Criterii statistice pentru aprecierea rugozității suprafețelor de rulare ale drumurilor.** Unul din mijloacele de sporire a siguranței circulației rutiere îl constituie realizarea unor îmbrăcămînți cu rugozitate sporită, înțelegînd prin rugozitate, în mod convențional, aderența roții auto-vehiculului la suprafața îmbrăcămînții [51].

Caracteristicile suprafeței de rulare sînt dependente de tipul și compoziția stratului de rulare, precum și de caracteristicile materialelor utilizate la construcția lor.

Suprafețele de rulare ale drumurilor pot să prezinte o microrugozitate, care este cauzată de existența unor asperități pe suprafața granulelor minerale utilizate în alcătuirea îmbrăcămînții. Microrugozitatea asigură ruperea filmului de apă dintre pneuri și îmbrăcăminte și depinde de natura mineralogică a particulelor de agregat ce vin în contact cu pneul.

Pe de altă parte, textura suprafeței prezintă o macrorugozitate, care este dată de dimensiunea granulelor și de compoziția granulometrică a agregatului mineral utilizat la execuția îmbrăcămînții. Macrorugozitatea permite drenarea apei în zona de contact pneu — îmbrăcăminte și prin aceasta conferă o siguranță sporită circulației rutiere.

Punerea în evidență a calităților de rugozitate ale unei îmbrăcămînți rutiere se face prin măsurători directe sau indirecte ale coeficientului de frecare, folosind diverse aparate, cum sînt : aparatul SRT (Skid Resistance Test), rugozimetrul Leroux, stradograful etc.

Măsurătorile de rugozitate SRT se efectuează pe sectoare de drum de 50 m lungime, iar valorile măsurate se înregistrează și se prelucrează

statistic. În practică, se poate considera următoarea caracterizare a rugozității suprafețelor îmbrăcăminților rutiere :

| Rugozitatea      | SRT     | C <sub>v</sub> , % |
|------------------|---------|--------------------|
| Foarte bună      | 75      | 0 – 10             |
| Bună             | 65 – 75 | 10 – 15            |
| Satisfăcătoare   | 55 – 65 | 15 – 20            |
| Nesatisfăcătoare | 55      | 20                 |

Pentru determinarea rugozității geometrice a îmbrăcăminților se folosește metoda „înălțimii de nisip”, care constă în întinderea unui volum cunoscut de nisip fin pe suprafața drumului, sub forma unei pete aproximativ circulare, astfel ca nisipul să umple golurile îmbrăcăminții până la nivelul asperităților, înălțimea de nisip fiind definită convențional prin raportul dintre volumul nisipului răspândit și suprafața petei obținute. Înălțimea de nisip se notează cu  $HS$  și se măsoară în milimetri.

Măsurătorile de rugozitate folosind metoda înălțimii de nisip se efectuează pe sectoare de drum cu lungimea de 50 m, iar datele obținute se înregistrează și se prelucrează statistic.

**Exemplul de calcul 6.1.** Să se prelucreze statistic următoarele date obținute la efectuarea măsurătorilor de rugozitate pe un sector de drum de 50 m lungime și să se aprecieze omogenitatea sectorului din punct de vedere al rugozității.

| Punctul de măsurare     | $HS$ , mm |        |         |
|-------------------------|-----------|--------|---------|
|                         | Stînga    | Axă    | Dreapta |
| 1                       | 0,127     | 0,130  | 0,128   |
| 2                       | 0,128     | 0,150  | 0,125   |
| 3                       | 0,130     | 0,135  | 0,130   |
| 4                       | 0,128     | 0,130  | 0,128   |
| 5                       | 0,127     | 0,150  | 0,127   |
|                         | 0,640     | 0,695  | 0,638   |
| Valoarea medie          | 0,128     | 0,139  | 0,128   |
| Medie sector            |           | 0,132  |         |
| Abaterea standard       | 0,0013    | 0,0086 | 0,0021  |
| Abatere standard sector |           | 0,004  |         |
| $C_v$ , %               | 1,01      | 6,18   | 1,64    |
| $C_v$ sector, %         |           | 3,03   |         |



Din datele de mai înainte se poate concluziona că rugozitatea geometrică a sectorului considerat are valoarea  $HS = 0,132$ , omogenitatea sectorului fiind foarte bună ( $C_v = 3,03\%$ ).

În practică se poate utiliza, în funcție de valorile  $HS$  obținute prin măsurători, următoarea caracterizare a rugozității suprafețelor îmbrăcăminților de drumuri:

| Rugozitate       | $HS$ (mm) | $C_v$ , % |
|------------------|-----------|-----------|
| Foarte bună      | $> 0,8$   | 0 – 10    |
| Bună             | 0,4 – 0,8 | 10 – 15   |
| Satisfăcătoare   | 0,2 – 0,4 | 15 – 20   |
| Nesatisfăcătoare | $< 0,2$   | $> 20$    |

### 6.1.2.3. Criterii pentru aprecierea confortului acustic al suprafețelor de rulare la drumuri.

Studii recente [19, 29] efectuate în Anglia au pus în evidență faptul că principala cauză a producerii zgomotului pe care îl emite un vehicul în mișcare o constituie interacțiunea pneu—îmbrăcămintă, la care se adaugă zgomotul aerodinamic și zgomotele produse de transmisia mecanică, de grupul moto-propulsor, de caroserie, de eșapament și de ventilator.

Un studiu suedez [19] a pus în evidență faptul că toate caracteristicile suprafeței de rulare și în deosebi rugozitatea, duritatea agregatelor, precum și sistemul de drenare al apelor superficiale influențează nivelul sonor, care poate atinge valori pînă la 85 dB. Pentru o anumită viteză a autovehiculului nivelul de zgomot minim se obține, după cum arată unele studii belgiene [29, 38], pentru îmbrăcăminți cu rugozitatea geometrică  $HS$  cuprinsă între 0,6 și 0,8 mm. Interpretarea fig. 6.2 justifică prezentarea valorilor admise și recomandate pentru nivelul sonor.

Ca urmare a acestei constatări, se recomandă ca îmbrăcămințile rutiere să prezinte o textură omogenă, cu valori ale rugozității geometrice cuprinse între limitele indicate mai înainte. Totuși, în Anglia, noile normative recomandă pentru îmbrăcăminți o textură care să prezinte o valoare a rugozității geometrice,  $HS$ , mai mică de 1,5 mm, această limită constituind un compromis între îmbunătățirea rugozității și poluarea mediului înconjurător printr-un zgomot excesiv, care este asociat de regulă unor texturi cu rugozități geometrice  $HS$  mai mari de 1,5 mm. Aceleași norme recomandă în paralel și unele măsuri constructive pentru reducerea nivelului sonor, cum sînt: plantații, ziduri, tuneluri etc.



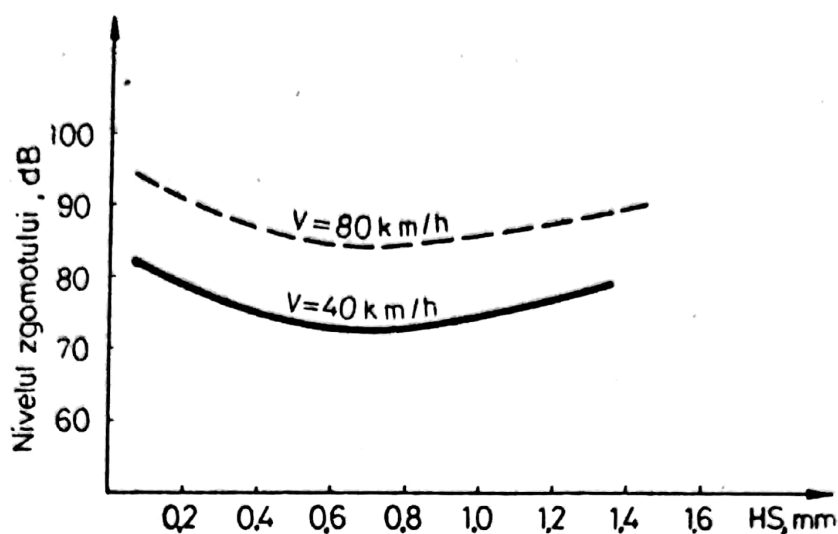


Fig. 6.2. Nivelul de zgomot produs de un vehicul în funcție de viteza sa de deplasare și de textura îmbrăcăminții.

**6.1.2.4. Criterii tehnice pentru aprecierea confortului optic la drumuri.** Luminozitatea îmbrăcăminților este o caracteristică ce condiționează starea de adaptare a ochiului uman, definind nivelul performanțelor vizuale ale conducătorilor auto și totodată confortul optic al pasagerilor. Perceperea corectă a obstacolelor și a marcajelor pe șosea depinde de contrastul pe care îl prezintă acestea pe fondul pe care se detașează și care este, de fapt, îmbrăcămintea drumului.

Valoarea contrastului,  $C$ , se definește [6, 19] cu relația :

$$C = \frac{L_o - L_f}{L_f} \quad (6.13)$$

unde :  $L_o$  este luminozitatea în direcția observatorului ;

$L_f$  — luminozitatea fondului.

Valoarea minimă a contrastului, în condiții de iluminat public, este de 20%. Ca urmare, se recomandă ca proprietățile de luminozitate a îmbrăcăminților de drumuri să prezinte, în raport cu obiectele ce ar putea să apară pe drum, valori  $C$  mai mari de 20%.

Trebuie menționat că proprietățile de luminozitate ale unei îmbrăcăminți umede sînt diferite de cele ale unei îmbrăcăminți uscate, deoarece prin umezire este favorizată apariția fenomenelor de difracție și de oglindă.

Una din problemele principale care se pune din punctul de vedere al luminozității la drumuri este vizibilitatea marcajelor rutiere, care depinde direct de contrastul pe care-l prezintă îmbrăcămintea în zona adiacentă

pe care acestea se detașează. În timpul zilei, vizibilitatea marcajelor este cu atât mai bună cu cât îmbrăcămintea este mai întunecată și cu cât luminozitatea marcajului este mai mare. Când îmbrăcămintea este umedă, culorile suprafeței marcajului și ale îmbrăcăminții evoluează în sensul îmbunătățirii contrastului, îmbrăcămintea devenind mai întunecată. De regulă, marcajul orizontal este vizibil ziua, cu excepția, unor cazuri particulare de iluminare, la răsăritul și la apusul soarelui când o iluminare orizontală îngreunează perceperea, în deosebi pe îmbrăcămințile umede.

În timpul nopții, vizibilitatea marcajelor depinde de condițiile de iluminare și de trafic.

Pe timp de ploaie, vizibilitatea marcajelor, chiar și a celor reflectorizante, scade datorită îngroșării peliculei de apă care se formează pe șosea.

Îmbrăcămințile mai luminoase sau mai întunecate, cu grad de reflectorizare diferit, se pot obține acționând asupra naturii și compoziției agregatelor utilizate, precum și asupra modului de punere în operă a materialelor. Astfel, îmbrăcămințile luminoase prezintă o textură rugoasă cu agregate mate, în timp ce cele întunecate prezintă o textură fină, cu agregate lucioase.

În practică, se poate utiliza, în funcție de valorile contrastului,  $C$ , obținute prin măsurători, următoarea caracterizare a luminozității îmbrăcăminților rutiere :

| Luminozitate     | $C$ , % | $C_v$ , % |
|------------------|---------|-----------|
| Foarte bună      | $> 30$  | 0 – 10    |
| Bună             | 25 – 30 | 10 – 15   |
| Satisfăcătoare   | 20 – 25 | 15 – 20   |
| Nesatisfăcătoare | $< 20$  | $> 20$    |

## 6.2. Criterii și metode statistice pentru aprecierea calității straturilor de bază și a straturilor de fundație la drumuri

În cap. 5 au fost enunțate, pe larg, criteriile statistice de apreciere a calității amestecurilor de agregate, stabilizate mecanic sau cu diverși lianți destinate executării straturilor de bază sau a celor de fundație.

Metodele statistice de urmărire a calității terasamentelor, din punctul de vedere al umidității optime și al gradului de compactare, expuse în cap. 3, pot fi extrapolate cu ușurință pentru controlul straturilor de bază sau al celor de fundație, ținând seama de faptul că majoritatea specificațiilor tehnice recomandă ca la astfel de lucrări să se realizeze minimum 95% din umiditatea optimă de compactare și minimum 100% din densitatea maximă uscată, determinate în laborator prin metoda Proctor.

Gradul de compactare al straturilor de bază sau al straturilor de fundație, realizate din amestecuri de agregate stabilizate mecanic, fără lianți, se poate determina folosind metoda și dispozitivul cu con și nisip [5, 52]. Pentru straturile realizate din amestecuri de agregate stabilizate cu diverși lianți, gradul de compactare se poate determina pe carote recoltate în acest scop.

O caracteristică importantă, care se controlează statistic, o constituie grosimea straturilor. Valoarea medie a grosimii unui sector nu trebuie să fie sub valoarea grosimii proiectate și în același timp, omogenitatea stratului, din punctul de vedere al grosimii, trebuie să fie corespunzătoare (v. anexa XV). În practică se poate utiliza, în funcție de valorile coeficientului de variație, următoarea caracterizare a omogenității grosimii straturilor rutiere :

| Omogenitate      | $C_v$   |
|------------------|---------|
| Foarte bună      | 0 – 5   |
| Bună             | 5 – 15  |
| Satisfăcătoare   | 15 – 20 |
| Nesatisfăcătoare | > 20    |

### 6.3. Criterii și metode statistice pentru aprecierea deformabilității drumurilor

#### 6.3.1. Măsurarea deformabilității drumurilor

Atunci cînd sistemele rutiere sînt solicitate în limita portanței lor admisibile, majoritatea deformațiilor ce se produc sub încărcările date de vehicule sînt de natură elastică. Cînd solicitările din trafic depășesc



capacitatea portantă a drumului, în complexele rutiere pot să apară deformări plastice inadmisibile. Măsurarea deformabilității drumurilor [22, 28, 53] se face folosind deflectometrele cu pîrghie sau deflectograful Lacroix.

Aceste măsurători servesc în activitatea de construcție și de întreținere a drumurilor pentru depistarea sectoarelor de drum cu portantă redusă, în scopul unor intervenții operative precum și unităților de proiectare pentru elaborarea proiectelor de modernizare a îmbrăcăminților existente. Măsurătorile de deformabilitate mai servesc la controlul calității și portanței complexului fundație-pat și a complexului strat de bază-strat de fundație-pat pe parcursul execuției sistemelor rutiere ale drumurilor noi.

Deflectometrele cu pîrghie permit măsurarea rapidă a deformațiilor elastice reversibile (deflexiuni) ale sistemelor rutiere nerigide, sub încărcarea dată de una din roțile din spate ale autovehiculului de măsurare. Măsurarea deformabilității se face pe sectoare omogene, astfel delimitate încît să se poată sesiza cu precizie apariția unor modificări ale capacității portante a sistemului rutier.

Sectorul de drum poate fi considerat omogen atunci cînd sistemul rutier, profilul transversal, regimul de umezire, caracteristicile geotehnice ale terenului de fundație și starea suprafeței îmbrăcăminții sînt omogene.

Măsurarea deflexiunilor pentru fiecare sector de drum omogen se face în minimum zece profile trasversale, fără a depăși distanța de 50 m între două puncte. Punctele de măsurare se iau pe cele două fire laterale, situate la 0,75 m sau 1,25 m de marginea părții carosabile, atunci cînd aceasta are lățimea de 6 și respectiv 7 m.

Concomitent cu determinarea deflexiunii se măsoară și temperatura straturilor asfaltice la începutul, mijlocul și sfîrșitul etapei de măsurare, pentru a asigura corecția măsurării în funcție de temperatură. Valorile deformației elastice măsurate pe teren se trec într-un formular și se prelucrează statistic. Valoarea deformației elastice medii se determină cu relația :

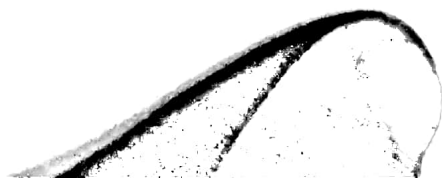
$$d_M = \frac{\sum d_i}{n} \quad (6.14)$$

unde:  $d_M$  — este media aritmetică a valorilor deformației elastice, exprimate în sutimi de milimetru ;

$d_i$  — o valoare individuală oarecare, exprimată în sutimi de milimetru ;

$n$  — numărul valorilor luate în calcul.

Se determină de asemenea abaterea medie pătratică a șirului de valori înregistrate și coeficientul de variație, în scopul stabilirii omogenității sectoarelor.



În calculele de ranforsare a sistemelor rutiere se ia în considerare valoarea deformației elastice caracteristice a sectorului, care ține seama de dispersia  $s^2$  a rezultatelor și de suprafața admisă a fi subdimensionată. Deflexiunea elastică caracteristică a sectorului se determină cu relația

$$d_c = d_{M20} + t_\alpha \cdot s \quad (6.15)$$

unde :  $d_{M20}$  este deformația elastică medie corectată în funcție de temperatura de măsurare ;

$t_\alpha$  — un coeficient care depinde de suprafața  $\alpha$  admisă a fi subdimensionată și de numărul de valori  $n$  luat în considerație la calculul mediei aritmetice (se ia din tabelul 1.3).

### 6.3.2. Criterii pentru estimarea portanței drumurilor pe baze statistice

Valoarea minimă a portanței drumurilor este definită de valoarea deformației elastice caracteristice obținută prin măsurători efectuate în perioadele în care complexul rutier lucrează în cele mai defavorabile condiții.

Pentru drumurile nemodernizate portanța poate fi caracterizată ca în tabelul 6.3 [53].

Tabelul 6.3. Caracterizarea portanței drumurilor

| Portanța     | Valoarea deflexiunii elastice caracteristice, 1/100 mm |           |                  |
|--------------|--------------------------------------------------------|-----------|------------------|
|              | Împietruiri                                            | Macadam   | Macadam protejat |
| Suficientă   | < 250                                                  | < 200     | < 150            |
| Mediocră     | 250 – 300                                              | 200 – 250 | 150 – 200        |
| Insuficientă | > 300                                                  | > 250     | > 200            |

Pentru drumurile modernizate, în scopul caracterizării portanței, se compară deformația elastică caracteristică măsurată, cu deformația elastică admisibilă  $d_a$ , determinată în funcție de traficul de perspectivă, pentru o perioadă de 5 ani, conform instrucțiunilor [53].

Se apreciază că portanța este corespunzătoare când valoarea deformației elastice caracteristice este mai mică decît valoarea deformație

elastice admisibile. Totodată se apreciază și omogenitatea portanței în funcție de coeficientul de variație, astfel :

| Omogenitatea portanței | $C_v, \%$ |
|------------------------|-----------|
| Foarte bună            | $< 5$     |
| Bună                   | $5 - 15$  |
| Satisfăcătoare         | $15 - 25$ |
| Nesatisfăcătoare       | $> 25$    |

Scăderea portanței relative sub influența variațiilor sezoniere de umiditate este caracterizată prin raportul dintre deformația elastică medie determinată în perioada cea mai defavorabilă și deformația elastică medie determinată în perioada cea mai favorabilă.

La drumurile noi portanța se poate aprecia fie prin măsurători cu deflectometrul, fie făcînd apel la alte metode de măsurare, cum sînt încercarea *CBR* sau încercarea cu placa.

În funcție de valorile  $E$  obținute la încercarea cu placa, în teren, sau în funcție de valorile *CBR*, determinate „in situ”, portanța patului drumului, poate fi caracterizată astfel :

| Portanța      | $E, \text{daN/cm}^2$ | <i>CBR</i> , % |
|---------------|----------------------|----------------|
| Bună          | 300                  | 15             |
| Mediocră      | 200 – 300            | 10 – 15        |
| Redusă        | 70 – 200             | 2 – 10         |
| Foarte redusă | 70                   | 2              |

Totodată, se face precizarea că, în toate cazurile menționate, omogenitatea portanței poate fi considerată satisfăcătoare numai dacă valoarea coeficientului de variație este sub 30%.

#### 6.4. Posibilități de estimare a viabilității drumurilor

Din punct de vedere matematic, viabilitatea drumurilor poate fi exprimată cantitativ prin indicele de viabilitate,  $V$ , definit ca fiind „calitatea extinsă în timp” cu relația

$$V = Q(t). \quad (6.16)$$

Plecînd de la această definiție și de la observațiile efectuate asupra comportării în timp a unor drumuri, se poate estima durata de viață a unui drum, în condiții normale de întreținere și de exploatare.



După cum se știe, un drum nu durează la nesfârșit. Drumul poate ajunge la sfârșitul vieții sale din diferite motive. Cauzele cele mai frecvente sînt : deteriorarea structurală datorată îmbătrînirii materialelor, degradarea funcțională datorată lipsei de întreținere, acțiunea unor inundații alunecări de teren, cutremure [47].

Studiul duratei probabile de serviciu a drumurilor prezintă o mare importanță deoarece el furnizează datele pe baza cărora se pot determina cantitățile și costurile lucrărilor de întreținere necesare.

Biroul Administrației Drumurilor Publice din S.U.A., urmărind anual și înregistrînd sectoarele de drum aflate în serviciu, pentru diferite tipuri de îmbrăcămînți, a adunat un volum mare de date pe care le-a prelucrat, obținînd duratele probabile de serviciu (tabelul 6.4).

*Tabelul 6.4. Duratele probabile de serviciu [17]*

| Tipul de îmbrăcăminte rutieră             | Durata probabilă de serviciu (ani) |
|-------------------------------------------|------------------------------------|
| Împietruire                               | 8,3                                |
| Mixtură bituminoasă (beton asfaltic)      | 13,1                               |
| Macadam asfaltic penetrat (semipermanent) | 16,8                               |
| Beton de ciment                           | 25,5                               |

Viabilitatea drumurilor poate fi definită și prin comportarea acestora la acțiunea factorilor de trafic și de climă care tind să le degradeze. Degradările drumurilor se manifestă sub forma uzurii și a oboselii materialelor constituate a straturilor legate, precum și prin unele deficiențe de execuție care se manifestă de timpuriu (straturi rutiere necilindrate corespunzător, mixturi arse în îmbrăcămînțile asfaltice, contracții în îmbrăcămînțile din beton de ciment etc.) Această degradare treptată a drumului, cauzată de factorii arătați mai înainte, poate fi considerată o degradare mixtă ce se produce în timp și care poate fi modelată matematic, parametrii de calcul fiind stabiliți pe baza unei repartiții normale, plecînd de la faptul că deflexiunea elastică la suprafața sistemului rutier ce caracterizează comportarea globală a complexului rutier ascultă de legea de repartiție normală sau lognormală.

Definind matematic comportarea drumurilor la acțiunile care tind să le degradeze, se poate realiza o bază matematică de plecare, pentru alcătuirea unor metode de întreținere [35]. Înființarea, în ultimii ani, a băncilor de date rutiere, vizează tocmai acest obiectiv, posibil de realizat într-un viitor apropiat.

## 7. Prelucrări statistice în ingineria de trafic

### 7.1. Aranjarea și limitarea numărului de date de trafic

Pentru a fi utilizate în mod eficient, datele de trafic trebuie limitate și studiate cu atenție. Prin analiza lor statistică se pot pune în evidență tendințe și caracteristici care nu apar din datele primare, neprelucrate. Datele se aranjează sistematic, în funcție de frecvența cu care apar anumite caracteristici, realizând o distribuție de frecvențe ca de exemplu la studiul vitezelor instantanee (fig. 7.1).

Cînd aranjarea datelor se face în funcție de timpul în care s-au produs, rezultă o așa-numită serie de timp.

Dacă datele sînt dispuse în funcție de amplasarea geografică, așa cum este, de exemplu, harta accidentelor rutiere, distribuția este spațială.

În distribuția de frecvențe datele sînt colectate la întîmplare iar observațiile sînt împărțite în clase de timp, frecvența fiecărei clase fiind indicată separat și reprezentată la o scară verticală. Prin mijlocul fiecărei clase se poate trasa o curbă, pe scara verticală. Această curbă, numită curbă de frecvențe, are în general o formă de clopot și de regulă se compară cu curbă normală.

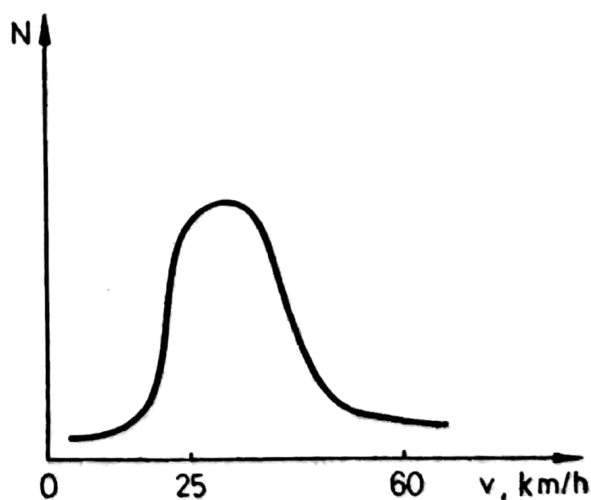


Fig. 7.1. Curbă de frecvențe a vitezelor de circulație pe un sector de drum.

În toate studiile de trafic, datele culese se exprimă prin tendința lor centrală, pusă în evidență de media aritmetică, mediană, mod, media geometrică sau media armonică.

Media aritmetică se folosește foarte des și exprimă tendința centrală a unei distribuții, dar, așa cum s-a arătat în cap. 1, ea este influențată puternic de valorile extreme. Atunci când nu se poate calcula valoarea mediei, de exemplu, la verificarea distanței de frinare a autovehiculelor (când valorile extreme nu s-au măsurat), se pot folosi mediana sau modul, parametri care sînt mai puțin influențați de valorile extreme decît valoarea medie.

Atunci cînd se pune problema calculării unor valori medii [9] pentru serii care sînt dispuse logaritmice, se recurge la media geometrică (de exemplu, la calculul valorii medii de creștere a ratei accidentelor pe an). Media geometrică este rădăcina de ordinul  $n$  din  $n$  numere, iar prin logaritmare expresia devine

$$\log M_g = \frac{\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n}{n} . \quad (7.1)$$

Pentru a obține media creșterilor se utilizează media armonică, care este reciproca mediei aritmetice și se calculează cu relația

$$M_a = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} . \quad (7.2)$$

**Exemplul de calcul 7.1.** Se cunosc vitezele medii de parcurs pe trei secțiuni conexe, și anume :  $v_1 = 30$  km/h,  $v_2 = 40$  km/h,  $v_3 = 50$  km/h fiecare sector avînd lungimea de 1 km.

Să se determine valoarea medie de parcurs a celor trei sectoare.

Valoarea medie de parcurs a celor trei sectoare, care însumează 3 km, rezultă din media armonică calculată cu relația (7.2)

$$M_a = 38,3 \text{ km/h.}$$

În analizele de trafic curente, pe lîngă cunoașterea tendinței centrale este necesară și cunoașterea dispersiei valorilor individuale față de valoarea medie.

Așa cum s-a arătat în cap. 1, abaterile standard pot exprima și limitele între care se află un anumit procent din totalul valorilor probei, de o parte și de alta a mediei ; astfel, se știe că pentru o distribuție normală, în intervalele  $x \pm \sigma$  ;  $x \pm 2\sigma$  ;  $x \pm 3\sigma$ , se situează 68,3% ; 95,5% și respectiv 99,7%, din totalul valorilor.



## 7.2. Precizia culegerii datelor de trafic

Cu cât numărul de observații este mai mare, cu atât șansa ca valoarea medie obținută să fie mai apropiată de valoarea medie adevărată este mai mare.

Eroarea probabilă pentru valoarea medie poate fi estimată statistic, așa cum s-a arătat în cap. 1.

Precizia unei probe este influențată și de metoda de culegere a datelor, selecția reprezentând numai populația din care a fost extrasă.

Pentru ca selecția să fie reprezentativă, trebuie ca observațiile să fie independente unele de altele, zonele pe care se fac observațiile să fie asemănătoare între ele, iar condițiile în care se culeg datele să fie, pe cât posibil, aceleași.

De exemplu, la studiul vitezei vehiculelor, modul de observare al acestora trebuie să fie astfel ales încât oricare vehicul să aibă o șansă egală de a fi selectat. De regulă, în asemenea cazuri, observarea fiecărui al cincilea vehicul constituie un mod practic de a extrage o selecție reprezentativă din mulțimea studiată.

### 7.2.1. Determinarea erorii probabile

Eroarea probabilă pentru valoarea medie a unui șir de observații al căror număr este mai mare de 30, se calculează cu relația

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (7.3)$$

Eroarea probabilă astfel estimată se compară cu eroarea maximă admisibilă, care se determină cu relația

$$E = \frac{k\sigma}{\sqrt{n}} \quad (7.4)$$

unde:  $k$  reprezintă numărul de abateri standard ale valorii medii, care corespund probabilității ca aceasta să fie incorectă;

$E$  — eroarea maximă admisibilă;  
 $n$  — numărul valorilor din șirul de date.

**Exemplul de calcul 7.2.** Cunoscându-se 86 de observații efectuate anterior asupra vitezei de circulație a autovehiculelor pe un sector de autostradă și evidențiate în continuare, să se determine valoarea medie adevărată a vitezei și eroarea probabilă.

| Viteza $x_i$ , km/h | Număr de observații<br>$f$ | $f \cdot x_i$ | $f \cdot x_i^2$ |
|---------------------|----------------------------|---------------|-----------------|
| 84,0                | 1                          | 84,0          | 7 056,00        |
| 80,2                | 3                          | 240,6         | 19 296,12       |
| 78,2                | 5                          | 390,0         | 30 576,20       |
| 75,0                | 8                          | 600,0         | 45 000,00       |
| 71,0                | 15                         | 1 065,0       | 75 615,00       |
| 65,0                | 25                         | 1 625,0       | 105 625,00      |
| 61,4                | 18                         | 1 105,2       | 67 859,28       |
| 58,2                | 7                          | 407,4         | 23 710,68       |
| 49,3                | 2                          | 98,6          | 4 860,98        |
| 48,0                | 1                          | 48,0          | 2 304,00        |
| 45,0                | 1                          | 45,0          | 2 025,00        |
| $\Sigma$            | 86                         | 5 708,8       | 383 928,26      |

Viteza medie :  $\bar{v} = 66,38$  km/h.

Abaterea standard a șirului :  $\sigma = 7,66$  km/h.

Abaterea standard a valorii medii, determinată cu relația (7.3) :

$$\sigma_x = 0,86.$$

Întrucît, conform legii normale de distribuție, 99,7% din valori sînt cuprinse în intervalul  $x \pm 3\sigma$ , viteza medie adevărată este dată de relația

$$V = \bar{v} \pm 3 \cdot 0,86 = 66,38 \pm 2,58$$

și se exprimă în km/h.

Atunci cînd se cunosc valorile  $k$  și  $E$ , se poate calcula efectivul selecției ce trebuie făcută dintr-o anumită populație statistică pentru a fi reprezentativă, utilizînd relația

$$n = \left( \frac{k\sigma}{E} \right)^2. \quad (7.5)$$

**Exemplul de calcul 7.3.** Cunoscînd din studii anterioare valorile abaterii standard  $\sigma = 10,27$  și eroarea admisibilă  $E = \pm 1,0$  km/h, să se determine numărul de observații ce trebuie efectuate într-un studiu de trafic.

Folosind relația (7.5) și în ipoteza că distribuția este normală,  $k = 3$ , rezultă :  $n = 949$  observații.

Cînd rezultatele unui studiu de trafic se exprimă în procente, se pune problema determinării preciziei rezultatelor. Acest caz apare de exemplu la chestionarea șoferilor privind scopul curselor efectuate sau la stabilirea procentului de autovehicule grele din totalul traficului pe un anumit sector de drum.

Pentru estimarea preciziei procentului se pleacă de la abaterea standard a procentului,  $\sigma_p$ , care se determină cu relația :

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad (7.6)$$

unde :  $p$  este procentul rezultat din studiu ;

$n$  — numărul observațiilor ;

$q = 100 - p$ .

În majoritatea cazurilor, eroarea maximă admisă este  $3\sigma_{\bar{x}}$ .

**Exemplul de calcul 7.4.** Să se determine valoarea adevărată a procentului de conducători auto care lucrează într-o zonă industrială A, atunci cînd se cunoaște că din 400 conducători auto chestionați în legătură cu destinația curselor efectuate, a reieșit că numai 130 dintre ei lucrează în această zonă.

Apărent, procentul de conducători auto care lucrează în zona industrială A este de 32,5%. Valoarea adevărată a procentului este dată de relația  $p = 32,5 \pm 3\sigma_p$ .

Utilizînd relația (7.6) rezultă  $\sigma_p = 2,34$ , iar valoarea adevărată a procentului devine  $p = 32,5 \pm 7,02$ .

Dacă se cere o precizie mai mare, va trebui să se chestioneze un număr mai mare de conducători auto.

Limitele posibile de erori pentru selecții cu efective  $n = 30 \dots 20\,000$ , calculate cu probabilitatea de 99,7%, pentru diferite valori ale procentelor care pot fi obținute în diverse studii, sînt [9] următoarele :

| $n$    | Procente |      |      |      |      |
|--------|----------|------|------|------|------|
|        | 10       | 30   | 50   | 70   | 90   |
| 30     | 16,9     | 26,2 | 28,4 | 26,2 | 16,9 |
| 50     | 12,9     | 19,7 | 21,6 | 19,7 | 12,9 |
| 100    | 9,0      | 13,7 | 11,9 | 13,7 | 9,0  |
| 200    | 6,3      | 9,8  | 10,5 | 9,8  | 6,3  |
| 300    | 5,1      | 8,0  | 8,6  | 8,0  | 5,1  |
| 500    | 3,9      | 6,0  | 6,0  | 6,0  | 3,9  |
| 1 000  | 2,6      | 4,2  | 4,7  | 4,2  | 2,6  |
| 3 000  | 1,7      | 2,4  | 2,6  | 2,4  | 1,7  |
| 5 000  | 1,2      | 2,0  | 2,1  | 2,0  | 1,2  |
| 10 000 | 0,9      | 1,7  | 1,5  | 1,2  | 0,9  |
| 20 000 | 0,6      | 1,2  | 1,1  | 1,2  | 0,6  |



**Exemplul de calcul 7.5.** La un studiu de trafic efectuat pe un sector de drum s-au găsit 500 de vehicule, din care 150 erau camioane. Să se determine procentul real de camioane folosind limitele posibile ale erorilor date mai înainte.

Procentul aparent de camioane  $p = 30\%$ . Pentru  $n = 500$  și pentru  $p = 30\%$ , rezultă din tabelul limitelor posibile de erori eroarea  $\varepsilon = 6$ . Procentul real de camioane este  $p = 30 \pm 6$ .

### 7.2.2. Semnificația diferențelor în analizele de trafic

Cînd două echipe fac studii de trafic, în același timp și în același loc, este posibil ca rezultatele obținute de ele să difere, ca urmare a legilor întîmplării. Cu cît numărul de observații va fi mai mare, cu atît probabilitatea de a greși a fiecărei echipe va fi mai mică și ca urmare, diferența dintre rezultatele celor două echipe va fi și ea mai mică.

Se pune problema cît de semnificativă poate fi această diferență.

Se poate afirma că orice diferență mai mare de  $2\sigma$  între două valori medii este semnificativă, întrucît aceasta include probabilitatea ca 95% din diferență să fie cauzată de întîmplare. Astfel, dacă la analiza a două studii, diferența dintre valorile medii este mai mare decît abaterea standard a diferențelor dintre medii, se poate concluziona că această diferență este semnificativă și că nu este cauzată numai de întîmplare.

În acest scop, abaterea standard a diferențelor celor două medii se determină cu relația

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad (7.7)$$

unde :  $\sigma_d$  este abaterea standard a diferențelor dintre medii ;

$\sigma_1$  — abaterea standard a primei selecții ;

$n_1$  — efectivul primei selecții

$\sigma_2$  — abaterea standard a celei de a doua selecții ;

$n_2$  — efectivul celei de a doua selecții.

**Exemplul de calcul 7.6.** Pe un sector de șosea s-au efectuat lucrări în vederea obținerii unei îmbunătățiri a condițiilor de circulație și a creșterii vitezei medii a autovehiculelor. Dintr-o analiză de trafic anterioară executării acestei îmbunătățiri, au rezultat următorii indicatori :  $n_1 = 180$  ;  $\bar{v}_1 = 65,4$  km/h ;  $\sigma_1 = 0,9$  km/h.

Dintr-o analiză de trafic efectuată în aceleași condiții, după realizarea îmbunătățirii condițiilor de circulație, au rezultat indicatorii :  $n_2 = 195$  ;  $\bar{v}_2 = 67,8$  km/h ;  $\sigma_2 = 1,2$  km/h.

Se cere să se studieze dacă creșterea valorii medii constatată după realizarea îmbunătățirii condițiilor de trafic este semnificativă.



Diferența dintre valorile medii rezultate din cele două analize este  
 $\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = 2,4 \text{ km/h.}$

Abaterea standard a diferențelor dintre medii, determinată cu relația (7.7) este  $\sigma_d = 0,109$ ; rezultă  $2\sigma_d = 0,218 \text{ km/h.}$  Se constată că diferența dintre medii este mai mare decât valoarea  $2\sigma_d$  și ca urmare se poate concluziona că sporirea vitezei de circulație constatată este semnificativă și se datorește îmbunătățirii condițiilor de circulație.

### 7.2.3. Semnificația diferenței dintre procente

Semnificația diferenței dintre două procente din două studii de trafic rezultă comparând diferența dintre cele două procente cu valoarea a două abateri standard a diferențelor dintre procente, o diferență mai mare decât această valoare fiind semnificativă.

Abaterea standard a diferenței dintre două procente,  $p_1$  și respectiv  $p_2$ , se calculează cu relația

$$\sigma_{p_1, p_2} = \sqrt{p_0 q_0 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \quad (7.8)$$

unde  $p_0$  se determină cu relația

$$p_0 = \frac{p_1 n_1 + p_2 n_2}{n_1 + n_2} \quad (7.9)$$

și

$$q_0 = 1 - p_0.$$

**Exemplul de calcul 7.7.** Dintr-un studiu de trafic s-a constatat că din 600 de vehicule, 35% depășeau timpul de parcare admis. După aplicarea unor măsuri vizînd reducerea acestor cazuri, s-a efectuat un nou studiu constatîndu-se că din 480 de vehicule anchetate, numai 31,25% au depășit timpul de parcare admis. Se cere să se studieze semnificația acestei reduceri.

Conform relației (7.9), rezultă  $p_0 = 33,33\%$  și  $q_0 = 66,67\%$ .

Abaterea standard a diferenței dintre cele două procente, calculată cu relația (7.8), rezultă :

$$\begin{aligned} \sigma_{p_1, p_2} &= 2,89 \\ 2\sigma_{p_1, p_2} &= 5,78\%. \end{aligned}$$

Diferența dintre cele două procente este  $p_1 - p_2 = 3,75$ .

Întrucît diferența dintre cele două procente este mai mică decât valoarea  $2\sigma_{p_1, p_2}$ , se poate concluziona că măsurile luate nu au condus la o îmbunătățire a situației inițiale, diferența dintre procente nefiind semnificativă, ea datorîndu-se numai întîmplării.



# ANEXE

## ANEXA 1. NUMERELE PROBABILE PENTRU SCHEMA DE RECOLTARE A PROBELOR DE PĂMÎNT, CONFORM RECOMANDĂRILOR INSTITUTULUI DE ASFALT, S.U.A. [53]

| Coloana 1 |       |       | Coloana 2 |       |       | Coloana 3 |       |       | Coloana 4 |       |       |
|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|
| A         | B     | C     | A         | B     | C     | A         | B     | C     | A         | B     | C     |
| 15        | 0,033 | 0,576 | 05        | 0,048 | 0,879 | 21        | 0,013 | 0,220 | 18        | 0,089 | 0,716 |
| 21        | 0,101 | 0,300 | 17        | 0,074 | 0,156 | 30        | 0,036 | 0,853 | 10        | 0,102 | 0,330 |
| 23        | 0,129 | 0,916 | 18        | 0,102 | 0,191 | 10        | 0,052 | 0,746 | 14        | 0,111 | 0,925 |
| 30        | 0,158 | 0,434 | 06        | 0,105 | 0,257 | 25        | 0,061 | 0,954 | 28        | 0,127 | 0,840 |
| 24        | 0,177 | 0,397 | 28        | 0,179 | 0,447 | 29        | 0,062 | 0,507 | 24        | 0,132 | 0,271 |
| 11        | 0,202 | 0,271 | 26        | 0,187 | 0,844 | 18        | 0,087 | 0,887 | 19        | 0,285 | 0,899 |
| 16        | 0,204 | 0,012 | 04        | 0,188 | 0,482 | 24        | 0,105 | 0,849 | 01        | 0,326 | 0,037 |
| 08        | 0,208 | 0,418 | 02        | 0,208 | 0,577 | 07        | 0,139 | 0,159 | 30        | 0,334 | 0,938 |
| 19        | 0,211 | 0,798 | 03        | 0,214 | 0,402 | 01        | 0,175 | 0,641 | 22        | 0,405 | 0,295 |
| 29        | 0,233 | 0,070 | 07        | 0,245 | 0,080 | 23        | 0,196 | 0,873 | 05        | 0,421 | 0,282 |
| 07        | 0,260 | 0,073 | 15        | 0,248 | 0,231 | 26        | 0,240 | 0,981 | 13        | 0,451 | 0,211 |
| 17        | 0,262 | 0,308 | 29        | 0,261 | 0,087 | 14        | 0,255 | 0,374 | 02        | 0,461 | 0,023 |
| 25        | 0,271 | 0,180 | 30        | 0,302 | 0,883 | 06        | 0,310 | 0,043 | 06        | 0,487 | 0,539 |
| 06        | 0,302 | 0,672 | 21        | 0,318 | 0,088 | 11        | 0,316 | 0,653 | 08        | 0,497 | 0,396 |
| 01        | 0,409 | 0,406 | 11        | 0,376 | 0,936 | 13        | 0,324 | 0,585 | 25        | 0,503 | 0,893 |
| 13        | 0,507 | 0,693 | 14        | 0,430 | 0,814 | 12        | 0,351 | 0,275 | 15        | 0,594 | 0,603 |
| 02        | 0,575 | 0,654 | 27        | 0,438 | 0,676 | 20        | 0,371 | 0,535 | 27        | 0,620 | 0,894 |
| 18        | 0,591 | 0,318 | 08        | 0,467 | 0,205 | 08        | 0,409 | 0,495 | 21        | 0,629 | 0,841 |
| 20        | 0,610 | 0,821 | 09        | 0,474 | 0,138 | 16        | 0,445 | 0,740 | 17        | 0,691 | 0,583 |
| 12        | 0,613 | 0,597 | 10        | 0,492 | 0,474 | 03        | 0,494 | 0,929 | 09        | 0,708 | 0,689 |
| 27        | 0,651 | 0,281 | 13        | 0,499 | 0,892 | 27        | 0,543 | 0,387 | 07        | 0,709 | 0,012 |
| 04        | 0,661 | 0,953 | 19        | 0,511 | 0,520 | 17        | 0,625 | 0,171 | 11        | 0,714 | 0,049 |
| 22        | 0,692 | 0,089 | 23        | 0,591 | 0,770 | 02        | 0,699 | 0,073 | 23        | 0,720 | 0,695 |
| 05        | 0,779 | 0,346 | 20        | 0,604 | 0,730 | 19        | 0,702 | 0,934 | 03        | 0,748 | 0,413 |
| 09        | 0,787 | 0,173 | 24        | 0,654 | 0,330 | 22        | 0,816 | 0,802 | 20        | 0,781 | 0,603 |
| 10        | 0,818 | 0,837 | 12        | 0,728 | 0,523 | 04        | 0,838 | 0,166 | 26        | 0,830 | 0,384 |
| 14        | 0,895 | 0,631 | 16        | 0,753 | 0,344 | 15        | 0,904 | 0,116 | 04        | 0,843 | 0,002 |
| 26        | 0,912 | 0,376 | 01        | 0,806 | 0,134 | 28        | 0,969 | 0,742 | 12        | 0,884 | 0,582 |
| 28        | 0,920 | 0,163 | 22        | 0,878 | 0,884 | 09        | 0,974 | 0,046 | 29        | 0,926 | 0,700 |
| 03        | 0,945 | 0,140 | 25        | 0,939 | 0,162 | 05        | 0,967 | 0,494 | 16        | 0,951 | 0,601 |

| Coloana 5 |       |       | Coloana 6 |       |       | Coloana 7 |       |       | Coloana 8 |       |       |
|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|
| A         | B     | C     | A         | B     | C     | A         | B     | C     | A         | B     | C     |
| 17        | 0,024 | 0,863 | 30        | 0,030 | 0,901 | 12        | 0,029 | 0,386 | 09        | 0,042 | 0,071 |
| 24        | 0,060 | 0,032 | 21        | 0,096 | 0,198 | 18        | 0,112 | 0,284 | 17        | 0,141 | 0,411 |
| 26        | 0,074 | 0,639 | 10        | 0,100 | 0,161 | 20        | 0,114 | 0,848 | 02        | 0,143 | 0,221 |
| 07        | 0,167 | 0,512 | 29        | 0,133 | 0,388 | 03        | 0,121 | 0,656 | 05        | 0,162 | 0,899 |
| 28        | 0,194 | 0,776 | 24        | 0,138 | 0,062 | 13        | 0,178 | 0,640 | 03        | 0,285 | 0,016 |



## ANEXA I (continuare)

| Coloana 5 |       |       | Coloana 6  |       |       | Coloana 7  |       |       | Coloana 8  |       |       |
|-----------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| A         | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 03        | 0,219 | 0,166 | 20         | 0,168 | 0,561 | 22         | 0,209 | 0,421 | 28         | 0,291 | 0,034 |
| 29        | 0,264 | 0,284 | 22         | 0,232 | 0,953 | 16         | 0,221 | 0,311 | 08         | 0,369 | 0,557 |
| 11        | 0,282 | 0,262 | 14         | 0,259 | 0,217 | 29         | 0,235 | 0,356 | 01         | 0,136 | 0,386 |
| 14        | 0,379 | 0,994 | 01         | 0,275 | 0,195 | 28         | 0,264 | 0,941 | 20         | 0,450 | 0,289 |
| 13        | 0,394 | 0,405 | 06         | 0,277 | 0,475 | 11         | 0,287 | 0,199 | 18         | 0,455 | 0,789 |
| 06        | 0,410 | 0,157 | 02         | 0,296 | 0,497 | 02         | 0,336 | 0,992 | 23         | 0,488 | 0,715 |
| 15        | 0,438 | 0,700 | 26         | 0,311 | 0,144 | 15         | 0,393 | 0,488 | 14         | 0,496 | 0,276 |
| 22        | 0,453 | 0,635 | 05         | 0,351 | 0,141 | 19         | 0,437 | 0,655 | 15         | 0,503 | 0,342 |
| 21        | 0,472 | 0,824 | 17         | 0,370 | 0,811 | 24         | 0,466 | 0,773 | 04         | 0,515 | 0,693 |
| 05        | 0,488 | 0,118 | 09         | 0,388 | 0,484 | 14         | 0,531 | 0,014 | 16         | 0,532 | 0,112 |
| 01        | 0,525 | 0,222 | 04         | 0,410 | 0,073 | 09         | 0,562 | 0,768 | 22         | 0,557 | 0,357 |
| 12        | 0,561 | 0,980 | 25         | 0,471 | 0,530 | 06         | 0,601 | 0,675 | 11         | 0,559 | 0,620 |
| 08        | 0,652 | 0,508 | 13         | 0,486 | 0,779 | 10         | 0,612 | 0,859 | 12         | 0,650 | 0,216 |
| 18        | 0,668 | 0,271 | 15         | 0,515 | 0,867 | 26         | 0,673 | 0,112 | 21         | 0,672 | 0,320 |
| 30        | 0,736 | 0,634 | 23         | 0,567 | 0,798 | 23         | 0,738 | 0,770 | 13         | 0,709 | 0,273 |
| 02        | 0,763 | 0,253 | 11         | 0,618 | 0,502 | 21         | 0,753 | 0,614 | 07         | 0,745 | 0,687 |
| 23        | 0,804 | 0,140 | 28         | 0,636 | 0,148 | 30         | 0,758 | 0,851 | 30         | 0,780 | 0,285 |
| 25        | 0,828 | 0,425 | 27         | 0,650 | 0,741 | 27         | 0,765 | 0,563 | 19         | 0,845 | 0,097 |
| 10        | 0,843 | 0,627 | 16         | 0,711 | 0,508 | 07         | 0,780 | 0,534 | 26         | 0,816 | 0,366 |
| 16        | 0,858 | 0,849 | 19         | 0,778 | 0,812 | 04         | 0,818 | 0,187 | 29         | 0,861 | 0,307 |
| 04        | 0,903 | 0,327 | 07         | 0,804 | 0,675 | 17         | 0,837 | 0,353 | 25         | 0,906 | 0,871 |
| 09        | 0,912 | 0,382 | 08         | 0,806 | 0,952 | 05         | 0,854 | 0,818 | 24         | 0,919 | 0,809 |
| 27        | 0,935 | 0,162 | 18         | 0,841 | 0,414 | 01         | 0,867 | 0,133 | 10         | 0,952 | 0,555 |
| 20        | 0,970 | 0,582 | 12         | 0,918 | 0,114 | 08         | 0,915 | 0,538 | 06         | 0,961 | 0,504 |
| 19        | 0,975 | 0,327 | 03         | 0,992 | 0,399 | 25         | 0,975 | 0,584 | 27         | 0,969 | 0,811 |
| Coloana 9 |       |       | Coloana 10 |       |       | Coloana 11 |       |       | Coloana 12 |       |       |
| A         | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 14        | 0,061 | 0,935 | 26         | 0,038 | 0,023 | 27         | 0,074 | 0,779 | 16         | 0,073 | 0,987 |
| 02        | 0,065 | 0,097 | 30         | 0,066 | 0,371 | 06         | 0,084 | 0,396 | 23         | 0,078 | 0,056 |
| 03        | 0,094 | 0,228 | 27         | 0,073 | 0,876 | 24         | 0,098 | 0,524 | 17         | 0,096 | 0,076 |
| 16        | 0,122 | 0,945 | 09         | 0,095 | 0,568 | 10         | 0,133 | 0,919 | 04         | 0,153 | 0,163 |
| 18        | 0,158 | 0,430 | 05         | 0,180 | 0,741 | 15         | 0,187 | 0,079 | 10         | 0,254 | 0,824 |
| 25        | 0,193 | 0,469 | 12         | 0,200 | 0,851 | 17         | 0,227 | 0,767 | 06         | 0,284 | 0,628 |
| 24        | 0,224 | 0,572 | 13         | 0,259 | 0,327 | 20         | 0,236 | 0,571 | 12         | 0,305 | 0,616 |
| 10        | 0,225 | 0,223 | 21         | 0,264 | 0,681 | 01         | 0,245 | 0,988 | 25         | 0,319 | 0,901 |
| 09        | 0,233 | 0,838 | 17         | 0,283 | 0,645 | 01         | 0,317 | 0,291 | 01         | 0,320 | 0,212 |
| 20        | 0,290 | 0,120 | 23         | 0,363 | 0,063 | 29         | 0,350 | 0,911 | 08         | 0,416 | 0,372 |
| 01        | 0,297 | 0,242 | 20         | 0,364 | 0,366 | 26         | 0,380 | 0,104 | 13         | 0,432 | 0,556 |
| 11        | 0,337 | 0,760 | 16         | 0,395 | 0,363 | 28         | 0,425 | 0,864 | 02         | 0,489 | 0,827 |
| 19        | 0,389 | 0,064 | 02         | 0,423 | 0,540 | 22         | 0,487 | 0,526 | 29         | 0,503 | 0,787 |
| 13        | 0,411 | 0,474 | 08         | 0,432 | 0,736 | 05         | 0,552 | 0,511 | 15         | 0,518 | 0,717 |
| 20        | 0,447 | 0,893 | 10         | 0,476 | 0,468 | 14         | 0,564 | 0,357 | 28         | 0,524 | 0,998 |

## ANEXA I (continuare)

| Coloana 9  |       |       | Coloana 10 |       |       | Coloana 11 |       |       | Coloana 12 |       |       |
|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 22         | 0,478 | 0,321 | 03         | 0,508 | 0,774 | 11         | 0,572 | 0,306 | 03         | 0,542 | 0,352 |
| 29         | 0,481 | 0,993 | 01         | 0,601 | 0,417 | 21         | 0,594 | 0,197 | 19         | 0,585 | 0,462 |
| 27         | 0,562 | 0,403 | 22         | 0,687 | 0,917 | 09         | 0,607 | 0,524 | 05         | 0,695 | 0,111 |
| 04         | 0,566 | 0,179 | 29         | 0,697 | 0,862 | 19         | 0,650 | 0,572 | 07         | 0,733 | 0,838 |
| 08         | 0,603 | 0,758 | 11         | 0,701 | 0,605 | 18         | 0,664 | 0,101 | 11         | 0,744 | 0,948 |
| 15         | 0,632 | 0,927 | 07         | 0,728 | 0,498 | 25         | 0,674 | 0,428 | 18         | 0,793 | 0,748 |
| 06         | 0,707 | 0,107 | 14         | 0,745 | 0,679 | 02         | 0,697 | 0,674 | 27         | 0,802 | 0,967 |
| 28         | 0,737 | 0,161 | 21         | 0,819 | 0,444 | 03         | 0,767 | 0,928 | 21         | 0,826 | 0,487 |
| 17         | 0,846 | 0,130 | 15         | 0,840 | 0,823 | 16         | 0,809 | 0,529 | 24         | 0,835 | 0,832 |
| 07         | 0,874 | 0,491 | 25         | 0,863 | 0,568 | 30         | 0,838 | 0,294 | 26         | 0,855 | 0,142 |
| 05         | 0,880 | 0,828 | 06         | 0,878 | 0,215 | 13         | 0,845 | 0,470 | 14         | 0,861 | 0,462 |
| 23         | 0,931 | 0,659 | 18         | 0,930 | 0,601 | 08         | 0,855 | 0,524 | 20         | 0,874 | 0,625 |
| 26         | 0,960 | 0,365 | 04         | 0,954 | 0,827 | 07         | 0,867 | 0,718 | 30         | 0,929 | 0,056 |
| 21         | 0,978 | 0,194 | 28         | 0,963 | 0,004 | 12         | 0,881 | 0,722 | 09         | 0,935 | 0,582 |
| 12         | 0,982 | 0,183 | 19         | 0,988 | 0,020 | 23         | 0,937 | 0,872 | 22         | 0,947 | 0,797 |
| Coloana 13 |       |       | Coloana 14 |       |       | Coloana 15 |       |       | Coloana 16 |       |       |
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 03         | 0,033 | 0,091 | 26         | 0,035 | 0,175 | 15         | 0,023 | 0,979 | 19         | 0,062 | 0,588 |
| 07         | 0,047 | 0,391 | 17         | 0,089 | 0,363 | 11         | 0,118 | 0,465 | 25         | 0,080 | 0,218 |
| 28         | 0,064 | 0,113 | 10         | 0,149 | 0,681 | 07         | 0,134 | 0,172 | 09         | 0,131 | 0,295 |
| 12         | 0,066 | 0,360 | 28         | 0,238 | 0,075 | 01         | 0,139 | 0,230 | 18         | 0,136 | 0,381 |
| 26         | 0,076 | 0,552 | 13         | 0,244 | 0,767 | 16         | 0,145 | 0,122 | 05         | 0,147 | 0,864 |
| 30         | 0,087 | 0,101 | 24         | 0,262 | 0,366 | 20         | 0,165 | 0,520 | 12         | 0,158 | 0,365 |
| 02         | 0,127 | 0,187 | 08         | 0,264 | 0,651 | 06         | 0,185 | 0,481 | 28         | 0,214 | 0,184 |
| 06         | 0,144 | 0,068 | 18         | 0,285 | 0,311 | 09         | 0,211 | 0,316 | 14         | 0,215 | 0,757 |
| 25         | 0,202 | 0,674 | 02         | 0,340 | 0,131 | 14         | 0,248 | 0,348 | 13         | 0,224 | 0,846 |
| 01         | 0,247 | 0,025 | 29         | 0,353 | 0,478 | 25         | 0,249 | 0,890 | 15         | 0,227 | 0,809 |
| 23         | 0,253 | 0,323 | 06         | 0,359 | 0,270 | 13         | 0,252 | 0,577 | 11         | 0,280 | 0,898 |
| 24         | 0,320 | 0,651 | 20         | 0,387 | 0,248 | 30         | 0,273 | 0,088 | 01         | 0,331 | 0,925 |
| 10         | 0,328 | 0,365 | 14         | 0,392 | 0,694 | 18         | 0,277 | 0,689 | 10         | 0,399 | 0,992 |
| 27         | 0,338 | 0,412 | 03         | 0,408 | 0,077 | 22         | 0,372 | 0,958 | 30         | 0,417 | 0,787 |
| 13         | 0,356 | 0,991 | 27         | 0,440 | 0,280 | 10         | 0,461 | 0,075 | 08         | 0,439 | 0,921 |
| 16         | 0,401 | 0,792 | 22         | 0,461 | 0,830 | 28         | 0,519 | 0,536 | 20         | 0,472 | 0,484 |
| 17         | 0,423 | 0,117 | 16         | 0,527 | 0,003 | 17         | 0,520 | 0,090 | 24         | 0,498 | 0,712 |
| 21         | 0,481 | 0,838 | 30         | 0,531 | 0,486 | 03         | 0,523 | 0,519 | 04         | 0,516 | 0,396 |
| 08         | 0,560 | 0,401 | 25         | 0,678 | 0,360 | 26         | 0,573 | 0,502 | 03         | 0,548 | 0,688 |
| 19         | 0,564 | 0,190 | 21         | 0,725 | 0,014 | 19         | 0,634 | 0,206 | 23         | 0,597 | 0,508 |
| 05         | 0,571 | 0,054 | 05         | 0,797 | 0,595 | 24         | 0,635 | 0,810 | 21         | 0,681 | 0,114 |
| 18         | 0,587 | 0,584 | 15         | 0,801 | 0,927 | 21         | 0,679 | 0,841 | 02         | 0,739 | 0,298 |
| 15         | 0,604 | 0,145 | 12         | 0,836 | 0,294 | 27         | 0,712 | 0,366 | 29         | 0,792 | 0,038 |
| 11         | 0,641 | 0,298 | 04         | 0,854 | 0,982 | 05         | 0,780 | 0,497 | 22         | 0,829 | 0,324 |
| 22         | 0,627 | 0,156 | 11         | 0,884 | 0,928 | 23         | 0,861 | 0,106 | 17         | 0,834 | 0,647 |



## ANEXA I (continuare)

| Coloana 13 |       |       | Coloana 14 |       |       | Coloana 15 |       |       | Coloana 16 |       |       |
|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 20         | 0,674 | 0,887 | 19         | 0,886 | 0,832 | 12         | 0,865 | 0,377 | 16         | 0,909 | 0,608 |
| 14         | 0,752 | 0,881 | 07         | 0,929 | 0,932 | 29         | 0,882 | 0,635 | 06         | 0,914 | 0,420 |
| 09         | 0,774 | 0,560 | 09         | 0,932 | 0,206 | 08         | 0,902 | 0,020 | 27         | 0,958 | 0,156 |
| 29         | 0,921 | 0,752 | 01         | 0,970 | 0,692 | 04         | 0,951 | 0,482 | 26         | 0,981 | 0,976 |
| 04         | 0,959 | 0,099 | 23         | 0,973 | 0,082 | 02         | 0,977 | 0,172 | 07         | 0,983 | 0,624 |
| Coloana 17 |       |       | Coloana 18 |       |       | Coloana 19 |       |       | Coloana 20 |       |       |
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 13         | 0,045 | 0,004 | 25         | 0,027 | 0,290 | 12         | 0,052 | 0,075 | 20         | 0,030 | 0,881 |
| 18         | 0,086 | 0,878 | 06         | 0,057 | 0,571 | 30         | 0,075 | 0,493 | 12         | 0,034 | 0,291 |
| 26         | 0,126 | 0,990 | 26         | 0,059 | 0,026 | 28         | 0,120 | 0,341 | 22         | 0,043 | 0,893 |
| 12         | 0,128 | 0,661 | 07         | 0,105 | 0,176 | 27         | 0,145 | 0,689 | 28         | 0,143 | 0,073 |
| 30         | 0,146 | 0,337 | 18         | 0,107 | 0,358 | 02         | 0,209 | 0,957 | 03         | 0,150 | 0,937 |
| 05         | 0,169 | 0,470 | 22         | 0,128 | 0,827 | 26         | 0,272 | 0,818 | 04         | 0,154 | 0,867 |
| 21         | 0,244 | 0,433 | 23         | 0,156 | 0,440 | 22         | 0,299 | 0,317 | 19         | 0,158 | 0,359 |
| 23         | 0,270 | 0,819 | 15         | 0,171 | 0,157 | 18         | 0,306 | 0,475 | 29         | 0,304 | 0,615 |
| 25         | 0,274 | 0,407 | 08         | 0,220 | 0,097 | 20         | 0,311 | 0,653 | 06         | 0,369 | 0,633 |
| 10         | 0,290 | 0,925 | 20         | 0,252 | 0,066 | 15         | 0,348 | 0,156 | 18         | 0,390 | 0,536 |
| 01         | 0,323 | 0,490 | 01         | 0,268 | 0,576 | 16         | 0,381 | 0,710 | 17         | 0,403 | 0,392 |
| 24         | 0,352 | 0,291 | 14         | 0,275 | 0,302 | 01         | 0,411 | 0,607 | 23         | 0,404 | 0,182 |
| 15         | 0,361 | 0,155 | 11         | 0,297 | 0,589 | 13         | 0,417 | 0,715 | 01         | 0,415 | 0,457 |
| 29         | 0,374 | 0,882 | 01         | 0,358 | 0,305 | 21         | 0,472 | 0,484 | 07         | 0,437 | 0,696 |
| 08         | 0,432 | 0,139 | 09         | 0,412 | 0,089 | 04         | 0,478 | 0,885 | 24         | 0,446 | 0,546 |
| 01         | 0,467 | 0,266 | 16         | 0,429 | 0,834 | 25         | 0,479 | 0,080 | 26         | 0,485 | 0,768 |
| 22         | 0,508 | 0,880 | 10         | 0,491 | 0,203 | 11         | 0,665 | 0,104 | 15         | 0,511 | 0,313 |
| 27         | 0,632 | 0,191 | 28         | 0,542 | 0,306 | 10         | 0,576 | 0,659 | 10         | 0,517 | 0,290 |
| 16         | 0,661 | 0,836 | 12         | 0,563 | 0,091 | 29         | 0,665 | 0,397 | 30         | 0,556 | 0,853 |
| 19         | 0,675 | 0,629 | 02         | 0,593 | 0,321 | 19         | 0,739 | 0,298 | 25         | 0,561 | 0,837 |
| 14         | 0,680 | 0,890 | 30         | 0,692 | 0,198 | 14         | 0,749 | 0,759 | 09         | 0,574 | 0,599 |
| 28         | 0,714 | 0,508 | 19         | 0,705 | 0,445 | 08         | 0,756 | 0,919 | 13         | 0,613 | 0,762 |
| 06         | 0,719 | 0,441 | 24         | 0,709 | 0,717 | 07         | 0,798 | 0,183 | 11         | 0,698 | 0,783 |
| 09         | 0,735 | 0,040 | 13         | 0,820 | 0,739 | 23         | 0,834 | 0,647 | 14         | 0,715 | 0,179 |
| 17         | 0,741 | 0,906 | 05         | 0,848 | 0,866 | 06         | 0,837 | 0,978 | 16         | 0,770 | 0,128 |
| 11         | 0,747 | 0,205 | 27         | 0,867 | 0,633 | 03         | 0,849 | 0,964 | 08         | 0,815 | 0,385 |
| 20         | 0,850 | 0,047 | 03         | 0,883 | 0,333 | 24         | 0,851 | 0,109 | 05         | 0,872 | 0,490 |
| 02         | 0,859 | 0,356 | 17         | 0,900 | 0,413 | 05         | 0,859 | 0,935 | 21         | 0,885 | 0,999 |
| 07         | 0,870 | 0,612 | 21         | 0,914 | 0,483 | 17         | 0,863 | 0,220 | 02         | 0,958 | 0,177 |
| 03         | 0,916 | 0,463 | 29         | 0,950 | 0,753 | 09         | 0,863 | 0,147 | 27         | 0,964 | 0,980 |
| Coloana 21 |       |       | Coloana 22 |       |       | Coloana 23 |       |       | Coloana 24 |       |       |
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 01         | 0,010 | 0,946 | 12         | 0,051 | 0,032 | 26         | 0,051 | 0,187 | 08         | 0,015 | 0,521 |
| 10         | 0,014 | 0,939 | 11         | 0,068 | 0,980 | 03         | 0,053 | 0,256 | 16         | 0,068 | 0,994 |
| 09         | 0,032 | 0,346 | 17         | 0,089 | 0,309 | 29         | 0,100 | 0,159 | 11         | 0,118 | 0,400 |
| 06         | 0,093 | 0,180 | 01         | 0,091 | 0,371 | 13         | 0,102 | 0,465 | 21         | 0,124 | 0,565 |
| 15         | 0,151 | 0,012 | 10         | 0,100 | 0,709 | 24         | 0,110 | 0,316 | 18         | 0,153 | 0,158 |



## ANEXA I (continuare)

| Coloana 21 |       |       | Coloana 22 |       |       | Coloana 23 |       |       | Coloana 24 |       |       |
|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 16         | 0,183 | 0,455 | 30         | 0,121 | 0,744 | 18         | 0,114 | 0,300 | 17         | 0,190 | 0,159 |
| 07         | 0,227 | 0,277 | 02         | 0,166 | 0,056 | 11         | 0,123 | 0,208 | 26         | 0,192 | 0,676 |
| 02         | 0,304 | 0,400 | 23         | 0,179 | 0,529 | 09         | 0,138 | 0,182 | 01         | 0,237 | 0,030 |
| 30         | 0,316 | 0,074 | 21         | 0,187 | 0,051 | 06         | 0,194 | 0,115 | 12         | 0,283 | 0,077 |
| 18         | 0,328 | 0,799 | 22         | 0,205 | 0,543 | 22         | 0,234 | 0,480 | 03         | 0,286 | 0,318 |
| 20         | 0,352 | 0,288 | 28         | 0,230 | 0,688 | 20         | 0,274 | 0,107 | 10         | 0,317 | 0,734 |
| 26         | 0,371 | 0,216 | 19         | 0,243 | 0,001 | 21         | 0,331 | 0,292 | 05         | 0,337 | 0,844 |
| 19         | 0,448 | 0,754 | 27         | 0,267 | 0,990 | 08         | 0,346 | 0,085 | 25         | 0,441 | 0,336 |
| 13         | 0,487 | 0,598 | 15         | 0,283 | 0,440 | 27         | 0,382 | 0,979 | 27         | 0,469 | 0,786 |
| 12         | 0,546 | 0,640 | 16         | 0,352 | 0,089 | 07         | 0,387 | 0,865 | 24         | 0,473 | 0,237 |
| 24         | 0,550 | 0,038 | 03         | 0,377 | 0,648 | 28         | 0,411 | 0,776 | 20         | 0,475 | 0,761 |
| 03         | 0,604 | 0,780 | 06         | 0,397 | 0,769 | 16         | 0,414 | 0,999 | 06         | 0,557 | 0,001 |
| 22         | 0,621 | 0,930 | 09         | 0,409 | 0,428 | 04         | 0,515 | 0,993 | 07         | 0,610 | 0,238 |
| 21         | 0,629 | 0,154 | 14         | 0,465 | 0,406 | 17         | 0,518 | 0,827 | 09         | 0,617 | 0,041 |
| 11         | 0,634 | 0,908 | 13         | 0,499 | 0,651 | 05         | 0,539 | 0,620 | 13         | 0,641 | 0,648 |
| 05         | 0,696 | 0,459 | 04         | 0,539 | 0,972 | 02         | 0,623 | 0,271 | 22         | 0,664 | 0,291 |
| 23         | 0,710 | 0,078 | 18         | 0,560 | 0,747 | 30         | 0,637 | 0,374 | 04         | 0,668 | 0,856 |
| 29         | 0,726 | 0,585 | 26         | 0,562 | 0,892 | 14         | 0,711 | 0,364 | 19         | 0,717 | 0,232 |
| 17         | 0,749 | 0,916 | 29         | 0,756 | 0,712 | 15         | 0,730 | 0,107 | 02         | 0,776 | 0,504 |
| 04         | 0,802 | 0,186 | 20         | 0,760 | 0,920 | 19         | 0,771 | 0,552 | 29         | 0,777 | 0,548 |
| 14         | 0,835 | 0,319 | 05         | 0,847 | 0,925 | 23         | 0,780 | 0,662 | 14         | 0,823 | 0,223 |
| 08         | 0,870 | 0,546 | 25         | 0,872 | 0,891 | 10         | 0,924 | 0,888 | 23         | 0,818 | 0,264 |
| 28         | 0,871 | 0,539 | 24         | 0,874 | 0,135 | 12         | 0,929 | 0,204 | 30         | 0,892 | 0,817 |
| 25         | 0,971 | 0,369 | 08         | 0,911 | 0,215 | 01         | 0,937 | 0,714 | 28         | 0,943 | 0,190 |
| 27         | 0,984 | 0,252 | 07         | 0,946 | 0,065 | 25         | 0,974 | 0,398 | 15         | 0,974 | 0,962 |

| Coloana 25 |       |       | Coloana 26 |       |       | Coloana 27 |       |       | Coloana 28 |       |       |
|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 02         | 0,039 | 0,005 | 16         | 0,026 | 0,102 | 21         | 0,050 | 0,952 | 29         | 0,042 | 0,039 |
| 16         | 0,061 | 0,599 | 01         | 0,033 | 0,886 | 17         | 0,085 | 0,403 | 07         | 0,105 | 0,293 |
| 26         | 0,068 | 0,054 | 04         | 0,088 | 0,686 | 10         | 0,111 | 0,624 | 25         | 0,115 | 0,420 |
| 11         | 0,073 | 0,812 | 22         | 0,090 | 0,602 | 05         | 0,154 | 0,157 | 09         | 0,126 | 0,612 |
| 07         | 0,123 | 0,649 | 13         | 0,114 | 0,614 | 06         | 0,164 | 0,841 | 10         | 0,205 | 0,114 |
| 05         | 0,126 | 0,658 | 20         | 0,136 | 0,576 | 07         | 0,197 | 0,013 | 03         | 0,210 | 0,054 |
| 14         | 0,161 | 0,189 | 05         | 0,138 | 0,228 | 16         | 0,215 | 0,363 | 23         | 0,234 | 0,533 |
| 18         | 0,166 | 0,040 | 10         | 0,216 | 0,565 | 08         | 0,222 | 0,520 | 13         | 0,266 | 0,979 |
| 28         | 0,248 | 0,171 | 02         | 0,233 | 0,610 | 13         | 0,269 | 0,477 | 20         | 0,305 | 0,603 |
| 06         | 0,255 | 0,117 | 07         | 0,278 | 0,357 | 02         | 0,288 | 0,012 | 05         | 0,372 | 0,223 |
| 15         | 0,261 | 0,928 | 30         | 0,405 | 0,273 | 25         | 0,333 | 0,633 | 26         | 0,385 | 0,111 |
| 10         | 0,301 | 0,811 | 06         | 0,421 | 0,807 | 28         | 0,348 | 0,710 | 30         | 0,422 | 0,315 |
| 24         | 0,363 | 0,025 | 12         | 0,426 | 0,583 | 20         | 0,362 | 0,961 | 17         | 0,453 | 0,783 |
| 22         | 0,378 | 0,792 | 08         | 0,471 | 0,708 | 14         | 0,511 | 0,989 | 02         | 0,460 | 0,916 |
| 27         | 0,379 | 0,959 | 18         | 0,473 | 0,738 | 26         | 0,540 | 0,903 | 27         | 0,461 | 0,811 |

## ANEXA I (continuare)

| Coloana 25 |       |       | Coloana 26 |       |       | Coloana 27 |       |       | Coloana 28 |       |       |
|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     | A          | B     | C     |
| 19         | 0,420 | 0,557 | 19         | 0,510 | 0,207 | 27         | 0,587 | 0,643 | 14         | 0,483 | 0,095 |
| 21         | 0,467 | 0,943 | 03         | 0,512 | 0,329 | 12         | 0,603 | 0,745 | 12         | 0,507 | 0,375 |
| 17         | 0,494 | 0,225 | 15         | 0,640 | 0,329 | 29         | 0,619 | 0,895 | 28         | 0,509 | 0,748 |
| 09         | 0,620 | 0,081 | 09         | 0,665 | 0,354 | 23         | 0,623 | 0,333 | 21         | 0,583 | 0,804 |
| 30         | 0,623 | 0,106 | 14         | 0,680 | 0,884 | 22         | 0,624 | 0,076 | 22         | 0,587 | 0,993 |
| 03         | 0,625 | 0,777 | 26         | 0,703 | 0,622 | 18         | 0,670 | 0,904 | 16         | 0,689 | 0,339 |
| 08         | 0,651 | 0,790 | 29         | 0,739 | 0,394 | 11         | 0,711 | 0,253 | 06         | 0,727 | 0,298 |
| 12         | 0,715 | 0,599 | 25         | 0,759 | 0,386 | 01         | 0,790 | 0,392 | 04         | 0,731 | 0,814 |
| 23         | 0,782 | 0,093 | 21         | 0,803 | 0,602 | 04         | 0,803 | 0,611 | 08         | 0,807 | 0,983 |
| 20         | 0,810 | 0,371 | 27         | 0,842 | 0,491 | 19         | 0,843 | 0,732 | 15         | 0,833 | 0,757 |
| 01         | 0,841 | 0,726 | 21         | 0,870 | 0,435 | 03         | 0,844 | 0,511 | 19         | 0,896 | 0,464 |
| 29         | 0,862 | 0,009 | 28         | 0,906 | 0,367 | 30         | 0,858 | 0,299 | 18         | 0,916 | 0,384 |
| 25         | 0,891 | 0,873 | 23         | 0,948 | 0,367 | 09         | 0,929 | 0,199 | 01         | 0,948 | 0,610 |
| 04         | 0,917 | 0,264 | 11         | 0,956 | 0,142 | 24         | 0,931 | 0,263 | 11         | 0,976 | 0,799 |
| 13         | 0,958 | 0,990 | 17         | 0,993 | 0,989 | 15         | 0,939 | 0,947 | 24         | 0,978 | 0,633 |

## ANEXA II. STUDIUL VARIABILITĂȚII MIXTURILOR ASFALTICE

Tabelul II.1. Evoluția variabilității caracteristicilor de dozaj pentru mixturi asfaltice

| Tipul de mixtură | Anul | Nr. de determinări | Bitum |                    | Filer |                    | Agregat fin |                    | Agregat mare |                    |
|------------------|------|--------------------|-------|--------------------|-------|--------------------|-------------|--------------------|--------------|--------------------|
|                  |      |                    | s     | C <sub>p</sub> , % | s     | C <sub>p</sub> , % | s           | C <sub>p</sub> , % | s            | C <sub>p</sub> , % |
| Beton asfaltic   | 1972 | 711                | 0,33  | 4,58               | 1,73  | 14,31              | 5,34        | 10,42              | 5,42         | 15,03              |
|                  | 1975 | 240                | 0,24  | 3,33               | 1,67  | 11,96              | 3,16        | 5,86               | 3,15         | 10,25              |
|                  | 1976 | 610                | 0,30  | 4,29               | 1,43  | 12,39              | 4,41        | 10,30              | 4,05         | 10,22              |
| Mortar asfaltic  | 1972 | 132                | 0,50  | 5,24               | 1,34  | 13,17              | 4,56        | 6,06               | —            | —                  |
|                  | 1976 | 101                | 0,55  | 6,30               | 1,60  | 12,46              | 4,68        | 6,14               | —            | —                  |

Tabelul II.2. Studiul variabilității caracteristicilor de dozaj pentru mixtura asfaltică utilizată la execuția unui drum nou

| Indicatori statistici                       | Bitum, % | Filer, % | Agregat fin, % |
|---------------------------------------------|----------|----------|----------------|
| Numărul determinărilor n                    | 112      | 112      | 112            |
| Valoarea medie $\bar{x}$                    | 5,83     | 7,5      | 38,23          |
| Abaterea standard s                         | 0,112    | 0,593    | 1,851          |
| Coeficientul de variație C <sub>p</sub> , % | 1,92     | 7,9      | 4,8            |
| Calificativ omogenitate                     | FB       | B        | FB             |
| Dozaje proiectate                           | 5,8      | 7,8      | 37,10          |
| Toleranțe admise                            | ± 0,3    | ± 2,0    | ± 4,0          |

**ANEXA III. TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA OMOGENITĂȚII DOZAJULUI DE BITUM**

**Tabelul III.1. Aprecierea omogenității dozajului de bitum B, pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| B<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|        | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3      | 0,881       | 0,821 | 0,762 | 0,702 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4      | 0,911       | 0,866 | 0,823 | 0,777 |                                                                                   |
| 5      | 0,929       | 0,893 | 0,857 | 0,822 |                                                                                   |
| 6      | 0,941       | 0,911 | 0,883 | 0,851 |                                                                                   |
| 7      | 0,949       | 0,920 | 0,899 | 0,873 |                                                                                   |
| 8      | 0,956       | 0,933 | 0,911 | 0,889 |                                                                                   |
| 9      | 0,961       | 0,940 | 0,921 | 0,901 |                                                                                   |
| 10     | 0,964       | 0,946 | 0,929 | 0,911 |                                                                                   |
| 11     | 0,968       | 0,951 | 0,936 | 0,919 |                                                                                   |
| 12     | 0,970       | 0,956 | 0,941 | 0,926 |                                                                                   |

**Tabelul III.2. Aprecierea omogenității dozajului de bitum, B, pentru șiruri cu efective  $n = 5$**

| B<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|        | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3      | 0,879       | 0,818 | 0,758 | 0,697 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4      | 0,909       | 0,863 | 0,819 | 0,773 |                                                                                   |
| 5      | 0,927       | 0,891 | 0,855 | 0,818 |                                                                                   |
| 6      | 0,939       | 0,909 | 0,879 | 0,849 |                                                                                   |
| 7      | 0,948       | 0,922 | 0,896 | 0,870 |                                                                                   |
| 8      | 0,955       | 0,932 | 0,910 | 0,886 |                                                                                   |
| 9      | 0,960       | 0,939 | 0,919 | 0,899 |                                                                                   |
| 10     | 0,964       | 0,946 | 0,927 | 0,909 |                                                                                   |
| 11     | 0,967       | 0,950 | 0,934 | 0,918 |                                                                                   |
| 12     | 0,970       | 0,955 | 0,941 | 0,925 |                                                                                   |



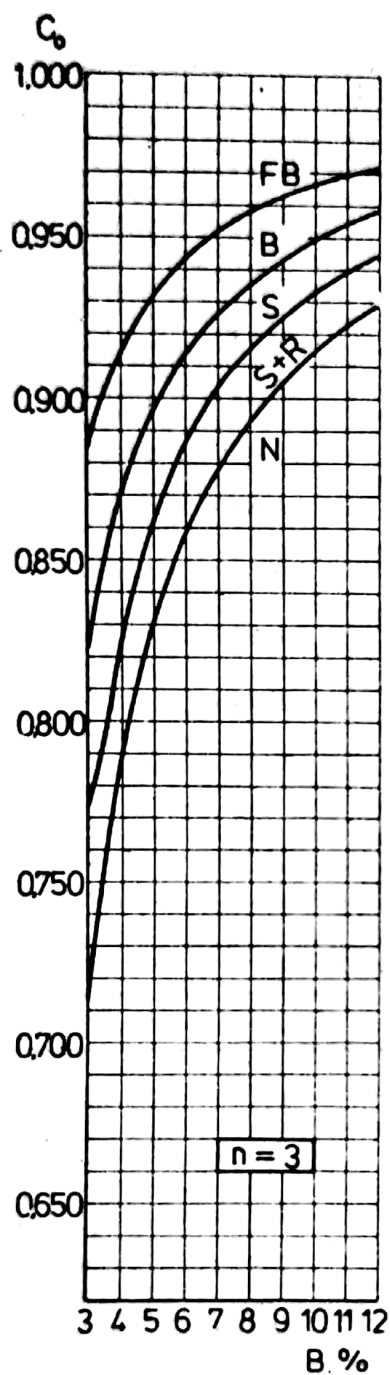


Fig. III.1. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

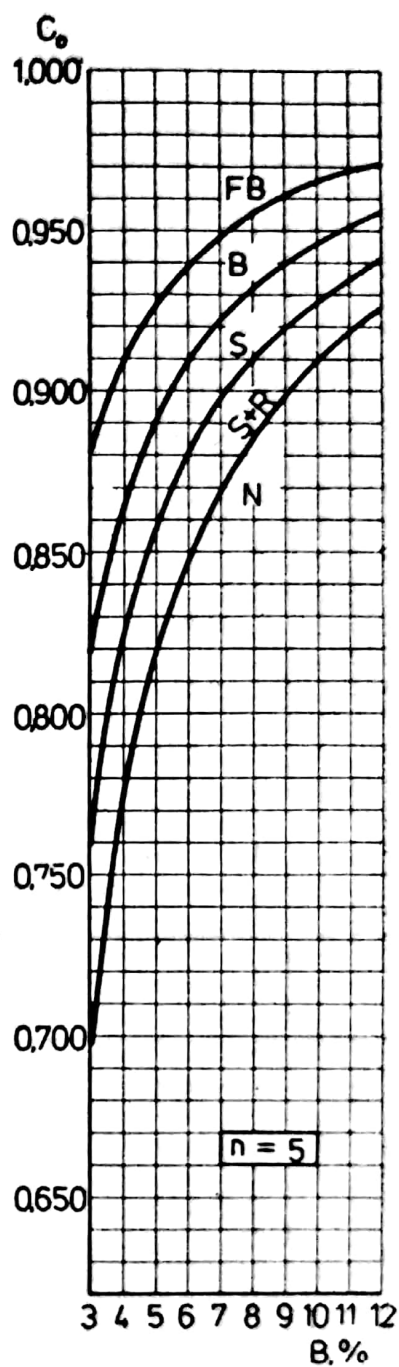


Fig. III.2. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=5$ .

Tabelul III.3. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n = 6$ 

| $B$<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|----------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3        | 0,877       | 0,815 | 0,758 | 0,697 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4        | 0,908       | 0,861 | 0,819 | 0,773 |                                                                                   |
| 5        | 0,926       | 0,889 | 0,855 | 0,818 |                                                                                   |
| 6        | 0,939       | 0,908 | 0,879 | 0,849 |                                                                                   |
| 7        | 0,948       | 0,921 | 0,896 | 0,870 |                                                                                   |
| 8        | 0,951       | 0,931 | 0,910 | 0,886 |                                                                                   |
| 9        | 0,959       | 0,939 | 0,919 | 0,899 |                                                                                   |
| 10       | 0,963       | 0,945 | 0,927 | 0,909 |                                                                                   |
| 11       | 0,967       | 0,950 | 0,934 | 0,918 |                                                                                   |
| 12       | 0,970       | 0,955 | 0,941 | 0,925 |                                                                                   |

Tabelul III.4. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n = 8$ 

| $B$<br>% | Calificativul |       |       |       |                                                                                   |
|----------|---------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|          | FB            | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3        | 0,875         | 0,812 | 0,719 | 0,686 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4        | 0,906         | 0,859 | 0,813 | 0,765 |                                                                                   |
| 5        | 0,925         | 0,887 | 0,850 | 0,812 |                                                                                   |
| 6        | 0,937         | 0,906 | 0,874 | 0,843 |                                                                                   |
| 7        | 0,946         | 0,920 | 0,893 | 0,863 |                                                                                   |
| 8        | 0,953         | 0,930 | 0,906 | 0,883 |                                                                                   |
| 9        | 0,958         | 0,937 | 0,916 | 0,896 |                                                                                   |
| 10       | 0,963         | 0,943 | 0,925 | 0,906 |                                                                                   |
| 11       | 0,966         | 0,949 | 0,930 | 0,915 |                                                                                   |
| 12       | 0,969         | 0,953 | 0,937 | 0,922 |                                                                                   |

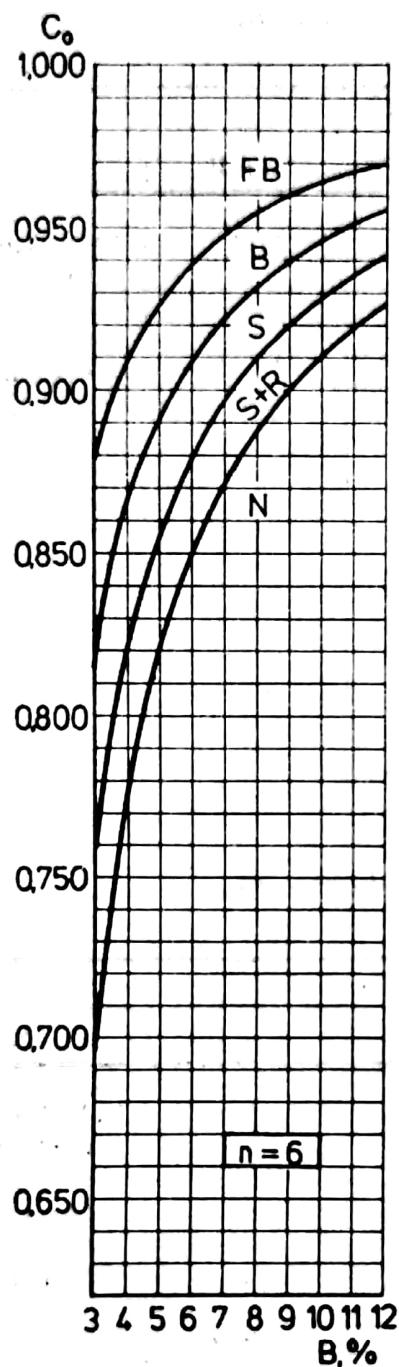


Fig. III.3. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=6$ .

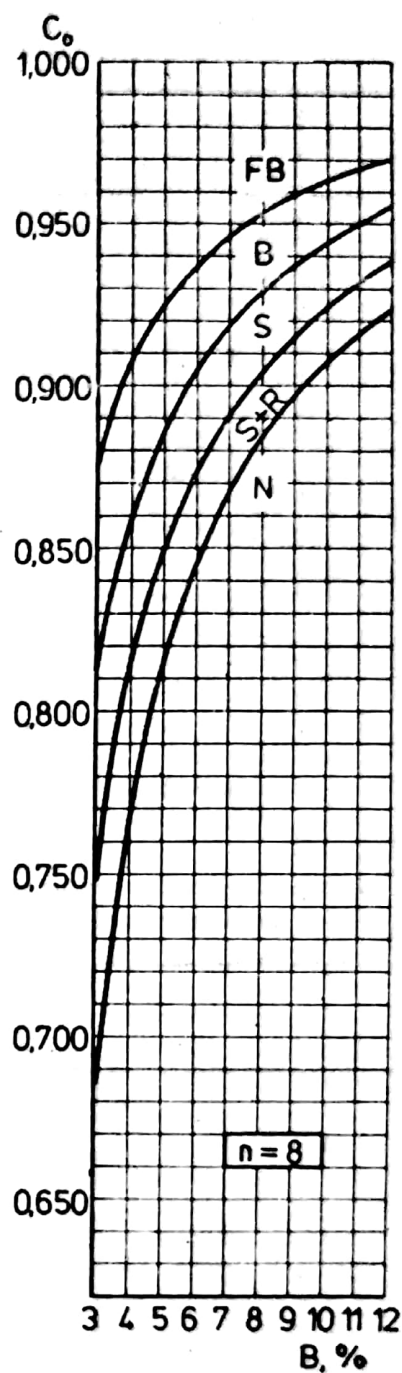


Fig. III.4. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=8$ .



Tabelul III.5. Aprecierea omogenității dozajului de bitum, B,  
pentru șiruri cu efective  $n = 10$ 

| B<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|        | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3      | 0,872       | 0,808 | 0,744 | 0,680 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4      | 0,904       | 0,857 | 0,808 | 0,750 |                                                                                   |
| 5      | 0,923       | 0,885 | 0,846 | 0,808 |                                                                                   |
| 6      | 0,936       | 0,904 | 0,876 | 0,840 |                                                                                   |
| 7      | 0,946       | 0,918 | 0,891 | 0,863 |                                                                                   |
| 8      | 0,953       | 0,929 | 0,904 | 0,880 |                                                                                   |
| 9      | 0,958       | 0,956 | 0,914 | 0,893 |                                                                                   |
| 10     | 0,962       | 0,943 | 0,925 | 0,904 |                                                                                   |
| 11     | 0,965       | 0,947 | 0,930 | 0,912 |                                                                                   |
| 12     | 0,968       | 0,952 | 0,936 | 0,920 |                                                                                   |

Tabelul III.6. Aprecierea omogenității dozajului de bitum, B,  
pentru șiruri cu efective  $n = 16$ 

| B<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|        | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3      | 0,867       | 0,807 | 0,745 | 0,768 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4      | 0,901       | 0,851 | 0,807 | 0,759 |                                                                                   |
| 5      | 0,921       | 0,880 | 0,845 | 0,807 |                                                                                   |
| 6      | 0,937       | 0,905 | 0,875 | 0,840 |                                                                                   |
| 7      | 0,943       | 0,915 | 0,890 | 0,862 |                                                                                   |
| 8      | 0,950       | 0,926 | 0,905 | 0,880 |                                                                                   |
| 9      | 0,957       | 0,937 | 0,915 | 0,895 |                                                                                   |
| 10     | 0,961       | 0,941 | 0,924 | 0,905 |                                                                                   |
| 11     | 0,965       | 0,946 | 0,930 | 0,913 |                                                                                   |
| 12     | 0,968       | 0,950 | 0,937 | 0,915 |                                                                                   |

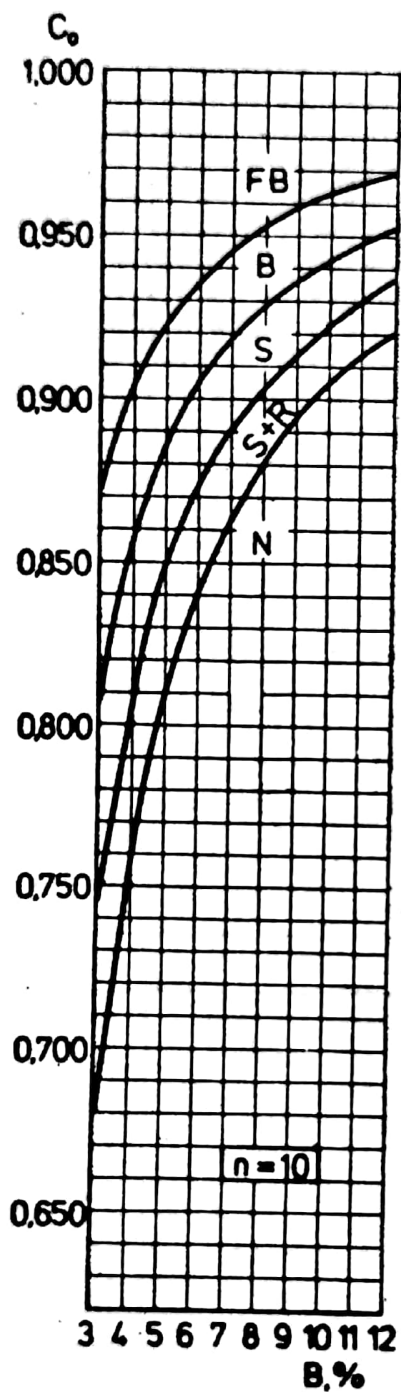


Fig. III.5. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

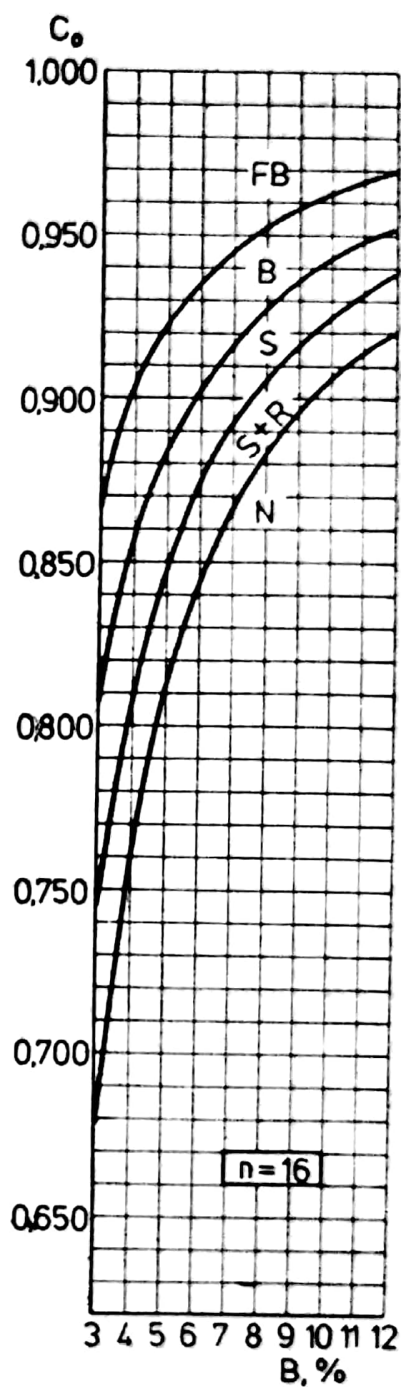


Fig. III.6. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=16$ .

Tabelul III.7. Aprecierea omogenității dozajului de bitum, B,  
pentru șiruri cu efective  $n = 21$

| B<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|        | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3      | 0,870       | 0,805 | 0,740 | 0,675 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4      | 0,903       | 0,854 | 0,805 | 0,756 |                                                                                   |
| 5      | 0,922       | 0,884 | 0,844 | 0,805 |                                                                                   |
| 6      | 0,935       | 0,904 | 0,870 | 0,838 |                                                                                   |
| 7      | 0,944       | 0,917 | 0,890 | 0,861 |                                                                                   |
| 8      | 0,951       | 0,927 | 0,904 | 0,878 |                                                                                   |
| 9      | 0,956       | 0,935 | 0,913 | 0,887 |                                                                                   |
| 10     | 0,961       | 0,942 | 0,923 | 0,903 |                                                                                   |
| 11     | 0,964       | 0,947 | 0,929 | 0,912 |                                                                                   |
| 12     | 0,967       | 0,952 | 0,935 | 0,919 |                                                                                   |

Tabelul III.8. Aprecierea omogenității dozajului de bitum, B,  
pentru șiruri cu efective  $n = 31$

| B<br>% | Calificativ |       |       |       |                                                                                   |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|        | FB          | B     | S     | S + R | N                                                                                 |
| 3      | 0,869       | 0,802 | 0,701 | 0,674 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunză-<br>toare din<br>coloana<br>S + R |
| 4      | 0,902       | 0,852 | 0,803 | 0,755 |                                                                                   |
| 5      | 0,922       | 0,882 | 0,843 | 0,801 |                                                                                   |
| 6      | 0,935       | 0,901 | 0,869 | 0,837 |                                                                                   |
| 7      | 0,944       | 0,916 | 0,888 | 0,860 |                                                                                   |
| 8      | 0,951       | 0,926 | 0,902 | 0,878 |                                                                                   |
| 9      | 0,957       | 0,935 | 0,913 | 0,892 |                                                                                   |
| 10     | 0,961       | 0,941 | 0,922 | 0,902 |                                                                                   |
| 11     | 0,965       | 0,947 | 0,929 | 0,911 |                                                                                   |
| 12     | 0,968       | 0,951 | 0,935 | 0,920 |                                                                                   |



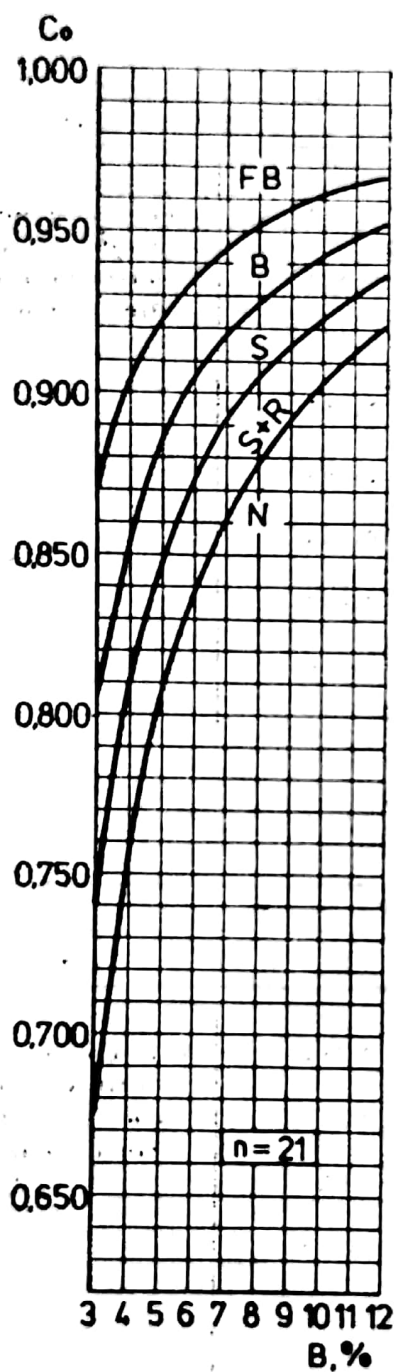


Fig. III.7. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=21$ .

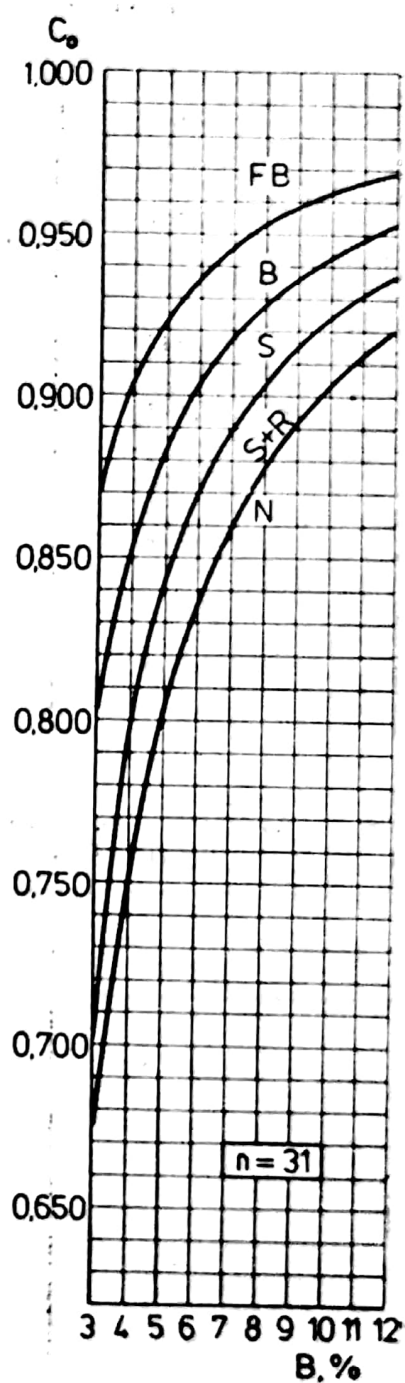


Fig. III.8. Aprecierea omogenității dozajului de bitum,  $B$ , pentru șiruri cu efective  $n=31$ .

**ANEXA IV. TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA OMOGENITĂȚII DOZAJULUI DE FILER**

**Tabelul IV.1. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $F$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|----------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 4        | 0,784       | 0,567 | 0,350 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 6        | 0,867       | 0,713 | 0,570 |                                                                       |
| 8        | 0,893       | 0,785 | 0,678 |                                                                       |
| 10       | 0,914       | 0,827 | 0,741 |                                                                       |
| 12       | 0,929       | 0,857 | 0,786 |                                                                       |
| 14       | 0,939       | 0,877 | 0,816 |                                                                       |
| 16       | 0,947       | 0,893 | 0,840 |                                                                       |
| 18       | 0,953       | 0,905 | 0,858 |                                                                       |
| 20       | 0,957       | 0,913 | 0,870 |                                                                       |

**Tabelul IV.2. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 5$**

| $F$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|----------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 4        | 0,773       | 0,546 | 0,319 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 6        | 0,849       | 0,697 | 0,547 |                                                                       |
| 8        | 0,887       | 0,774 | 0,661 |                                                                       |
| 10       | 0,909       | 0,818 | 0,727 |                                                                       |
| 12       | 0,926       | 0,842 | 0,777 |                                                                       |
| 14       | 0,936       | 0,871 | 0,808 |                                                                       |
| 16       | 0,941       | 0,888 | 0,826 |                                                                       |
| 18       | 0,950       | 0,900 | 0,850 |                                                                       |
| 20       | 0,955       | 0,910 | 0,865 |                                                                       |

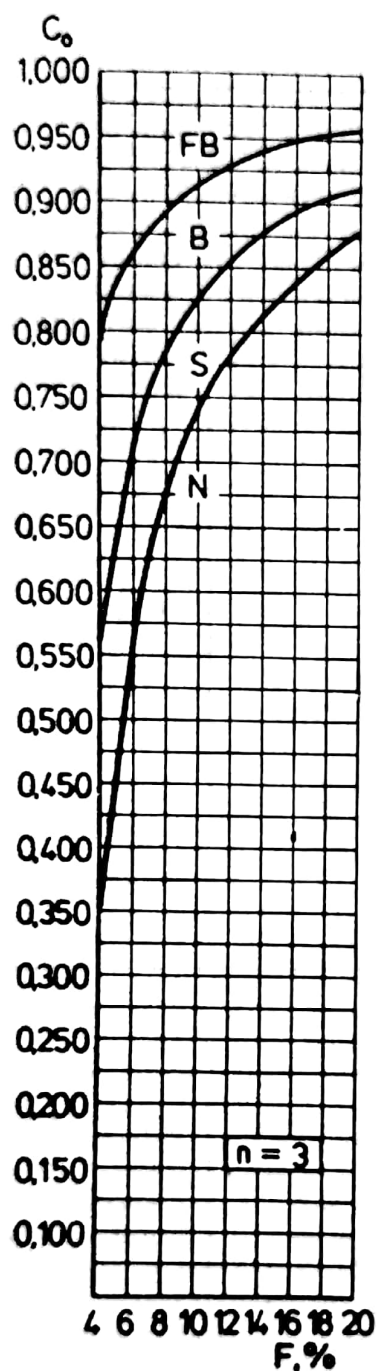


Fig. IV.1. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

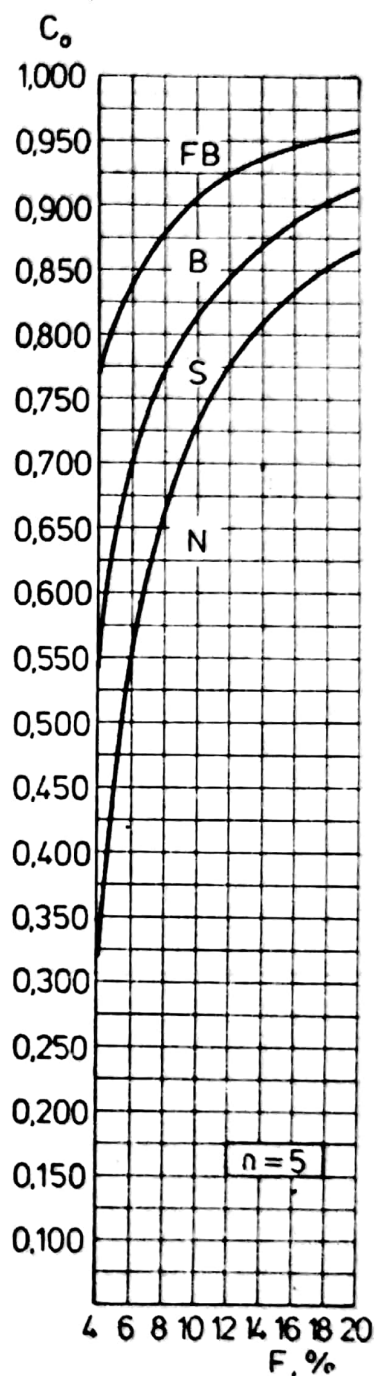


Fig. IV.2. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=5$ .



## ANEXA IV (continuare)

Tabelul IV.3. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 6$ 

| F % | Calificativ |       |       |                                                              |
|-----|-------------|-------|-------|--------------------------------------------------------------|
|     | FB          | B     | S     | N                                                            |
| 4   | 0,769       | 0,538 | 0,307 | Valori mai mici decât valorile corespunzătoare din coloana S |
| 6   | 0,846       | 0,692 | 0,538 |                                                              |
| 8   | 0,885       | 0,770 | 0,653 |                                                              |
| 10  | 0,908       | 0,816 | 0,724 |                                                              |
| 12  | 0,923       | 0,846 | 0,769 |                                                              |
| 14  | 0,934       | 0,867 | 0,801 |                                                              |
| 16  | 0,943       | 0,885 | 0,827 |                                                              |
| 18  | 0,949       | 0,898 | 0,847 |                                                              |
| 20  | 0,954       | 0,908 | 0,862 |                                                              |

Tabelul IV.4. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 8$ 

| F % | Calificativ |       |       |                                                              |
|-----|-------------|-------|-------|--------------------------------------------------------------|
|     | FB          | B     | S     | N                                                            |
| 4   | 0,765       | 0,529 | 0,294 | Valori mai mici decât valorile corespunzătoare din coloana S |
| 6   | 0,844       | 0,688 | 0,532 |                                                              |
| 8   | 0,883       | 0,766 | 0,649 |                                                              |
| 10  | 0,906       | 0,812 | 0,755 |                                                              |
| 12  | 0,922       | 0,844 | 0,765 |                                                              |
| 14  | 0,933       | 0,866 | 0,798 |                                                              |
| 16  | 0,942       | 0,884 | 0,825 |                                                              |
| 18  | 0,948       | 0,896 | 0,843 |                                                              |
| 20  | 0,953       | 0,905 | 0,860 |                                                              |

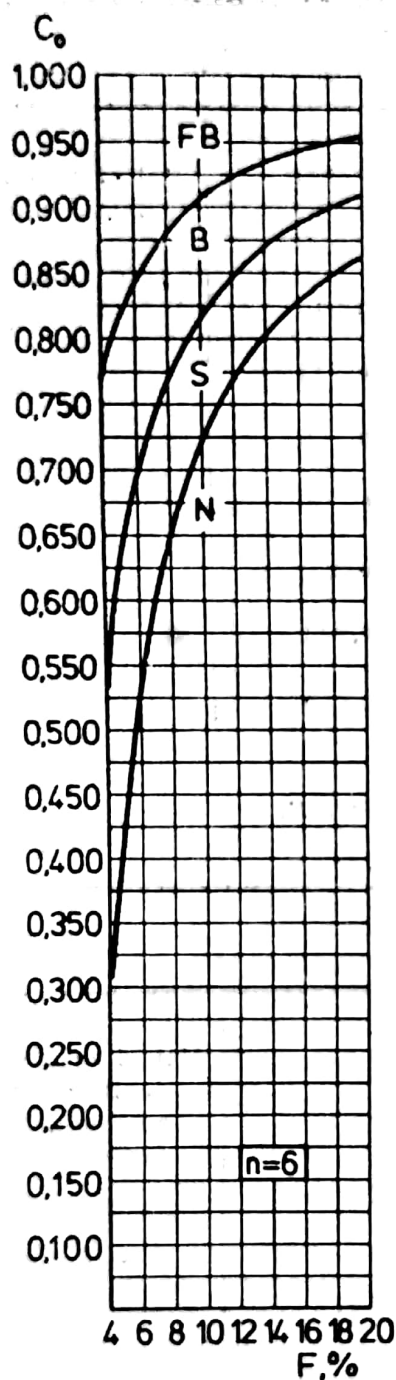


Fig. IV.3. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=6$ .

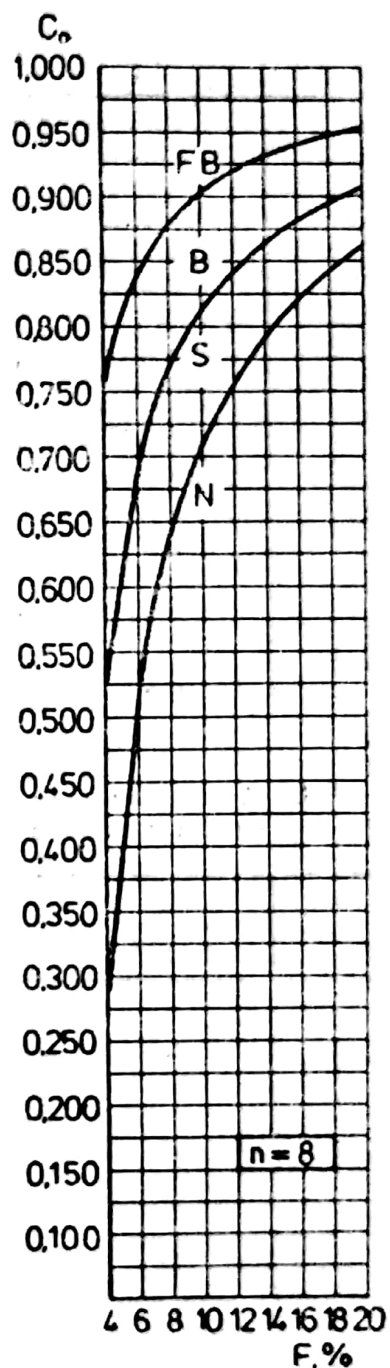


Fig. IV.4. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=8$ .

## ANEXA IV (continuare)

Tabelul IV.5. Aprecierea omogenității dozajului de filler,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 10$ 

| $F$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|----------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 4        | 0,760       | 0,520 | 0,280 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 6        | 0,810       | 0,680 | 0,520 |                                                                       |
| 8        | 0,880       | 0,760 | 0,640 |                                                                       |
| 10       | 0,904       | 0,808 | 0,711 |                                                                       |
| 12       | 0,920       | 0,840 | 0,760 |                                                                       |
| 14       | 0,932       | 0,864 | 0,796 |                                                                       |
| 16       | 0,940       | 0,880 | 0,820 |                                                                       |
| 18       | 0,947       | 0,894 | 0,841 |                                                                       |
| 20       | 0,953       | 0,905 | 0,860 |                                                                       |

Tabelul IV.6. Aprecierea omogenității dozajului de filler,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 16$ 

| $F$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|----------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 4        | 0,758       | 0,516 | 0,274 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 6        | 0,839       | 0,678 | 0,517 |                                                                       |
| 8        | 0,879       | 0,758 | 0,635 |                                                                       |
| 10       | 0,904       | 0,808 | 0,712 |                                                                       |
| 12       | 0,920       | 0,840 | 0,760 |                                                                       |
| 14       | 0,931       | 0,862 | 0,793 |                                                                       |
| 16       | 0,940       | 0,880 | 0,820 |                                                                       |
| 18       | 0,947       | 0,894 | 0,841 |                                                                       |
| 20       | 0,952       | 0,904 | 0,856 |                                                                       |



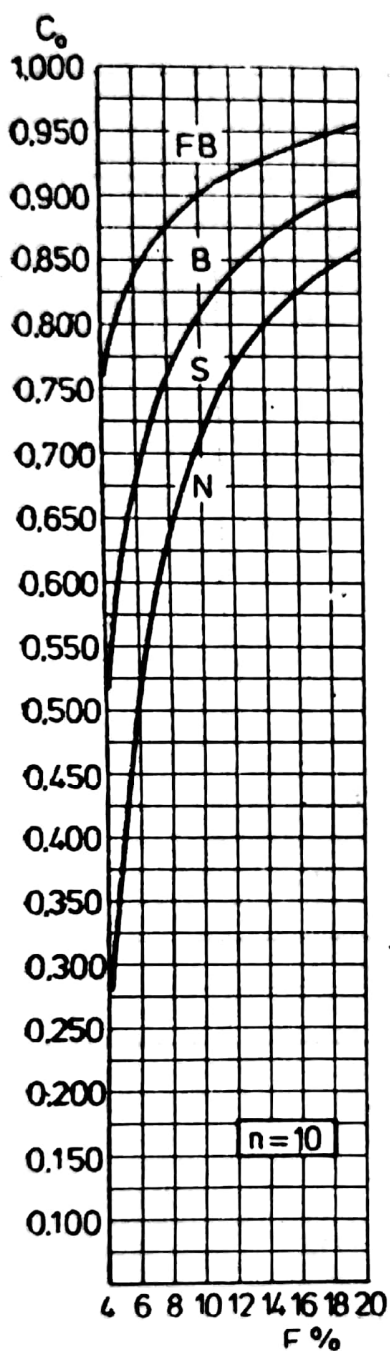


Fig. IV.5. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

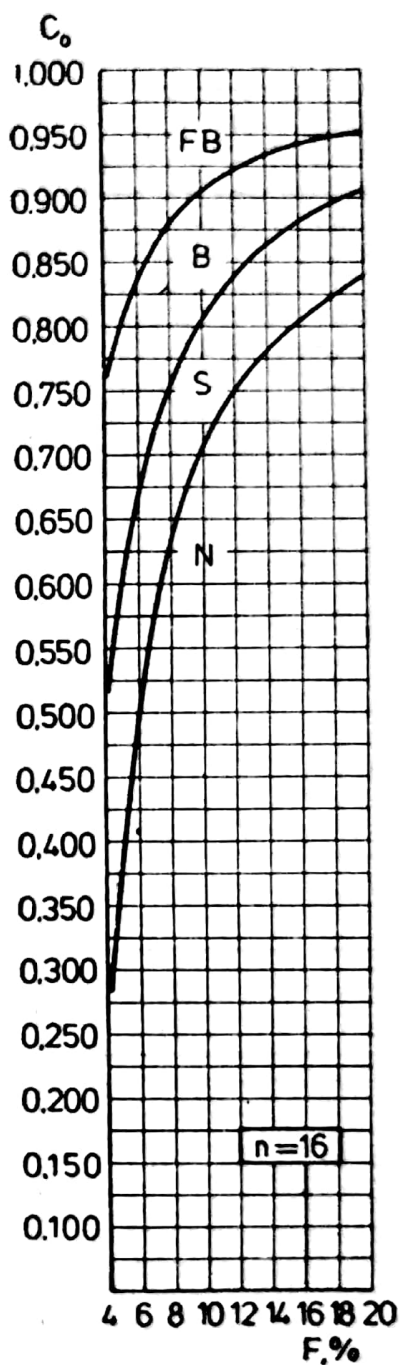


Fig. IV.6. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=16$ .

## ANEXA IV (continuare)

Tabelul IV.7. Aprecierea omogenității dozajului de filler,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 21$ 

| $F$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|----------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 4        | 0,757       | 0,511 | 0,271 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 6        | 0,838       | 0,676 | 0,514 |                                                                       |
| 8        | 0,879       | 0,758 | 0,635 |                                                                       |
| 10       | 0,903       | 0,806 | 0,708 |                                                                       |
| 12       | 0,919       | 0,838 | 0,757 |                                                                       |
| 14       | 0,931       | 0,862 | 0,792 |                                                                       |
| 16       | 0,940       | 0,880 | 0,820 |                                                                       |
| 18       | 0,946       | 0,892 | 0,838 |                                                                       |
| 20       | 0,952       | 0,904 | 0,856 |                                                                       |

Tabelul IV.8. Aprecierea omogenității dozajului de filler,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n = 31$ 

| $F$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|----------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|          | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 4        | 0,754       | 0,508 | 0,262 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 6        | 0,836       | 0,672 | 0,508 |                                                                       |
| 8        | 0,877       | 0,754 | 0,631 |                                                                       |
| 10       | 0,902       | 0,801 | 0,706 |                                                                       |
| 12       | 0,918       | 0,836 | 0,754 |                                                                       |
| 14       | 0,930       | 0,860 | 0,790 |                                                                       |
| 16       | 0,939       | 0,878 | 0,817 |                                                                       |
| 18       | 0,945       | 0,890 | 0,835 |                                                                       |
| 20       | 0,951       | 0,902 | 0,853 |                                                                       |

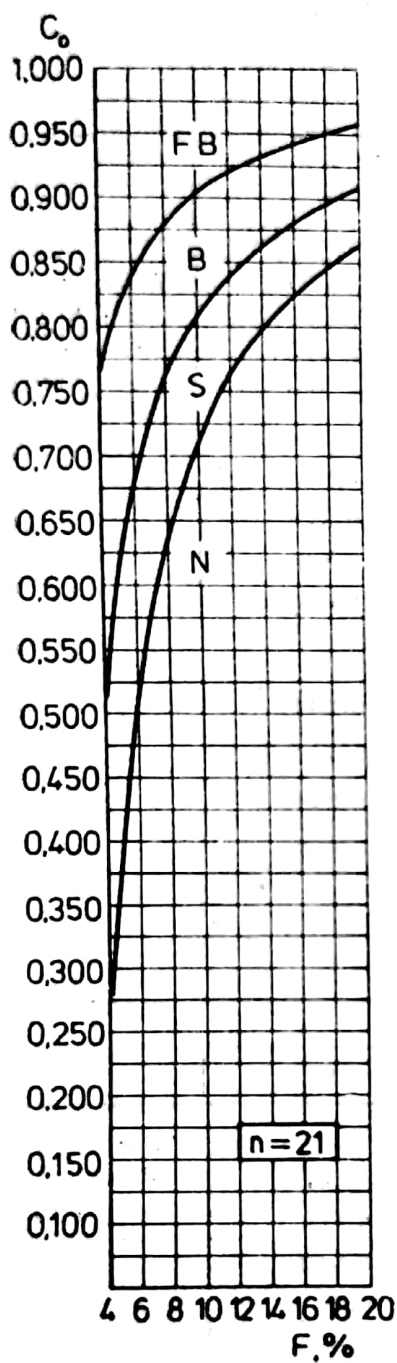


Fig. IV.7. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=21$ .

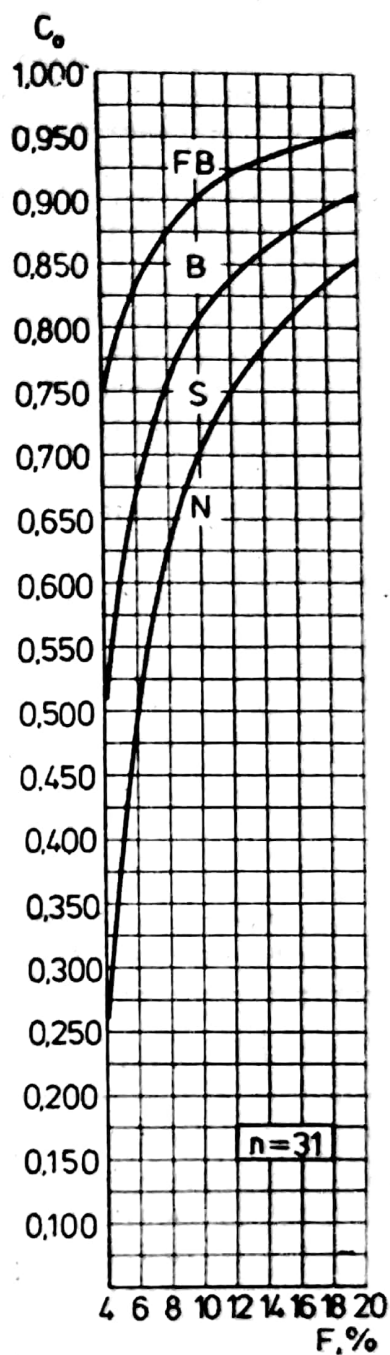


Fig. IV.8. Aprecierea omogenității dozajului de filer,  $F$ , pentru șiruri cu efective  $n=31$ .



**ANEXA V. TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA OMOGENITĂȚII DOZAJULUI DE AGREGAT FIN**

**Tabelul V.1. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,871       | 0,782 | 0,697 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,897       | 0,827 | 0,788 |                                                                       |
| 30         | 0,914       | 0,857 | 0,798 |                                                                       |
| 35         | 0,926       | 0,876 | 0,827 |                                                                       |
| 40         | 0,936       | 0,893 | 0,849 |                                                                       |
| 45         | 0,944       | 0,904 | 0,866 |                                                                       |
| 50         | 0,948       | 0,914 | 0,879 |                                                                       |
| 55         | 0,953       | 0,921 | 0,890 |                                                                       |
| 60         | 0,957       | 0,928 | 0,900 |                                                                       |
| 65         | 0,960       | 0,934 | 0,907 |                                                                       |
| 70         | 0,963       | 0,938 | 0,914 |                                                                       |
| 75         | 0,965       | 0,944 | 0,919 |                                                                       |
| 80         | 0,967       | 0,946 | 0,924 |                                                                       |
| 85         | 0,970       | 0,949 | 0,928 |                                                                       |

**Tabelul V.2. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n = 5$**

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,864       | 0,773 | 0,682 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,890       | 0,919 | 0,746 |                                                                       |
| 30         | 0,910       | 0,849 | 0,788 |                                                                       |
| 35         | 0,922       | 0,871 | 0,819 |                                                                       |
| 40         | 0,931       | 0,887 | 0,841 |                                                                       |
| 45         | 0,940       | 0,899 | 0,859 |                                                                       |
| 50         | 0,946       | 0,910 | 0,873 |                                                                       |
| 55         | 0,951       | 0,918 | 0,885 |                                                                       |
| 60         | 0,955       | 0,925 | 0,894 |                                                                       |
| 65         | 0,960       | 0,931 | 0,903 |                                                                       |
| 70         | 0,962       | 0,936 | 0,910 |                                                                       |
| 75         | 0,965       | 0,940 | 0,916 |                                                                       |
| 80         | 0,967       | 0,945 | 0,921 |                                                                       |
| 85         | 0,969       | 0,947 | 0,927 |                                                                       |

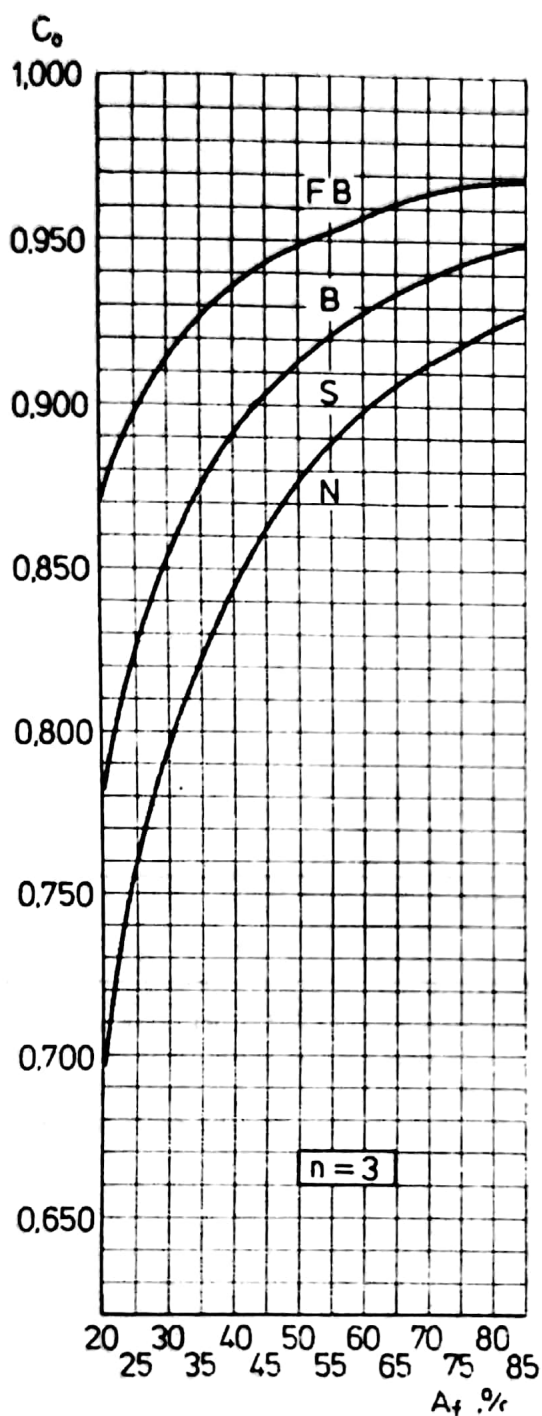


Fig. V.1. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

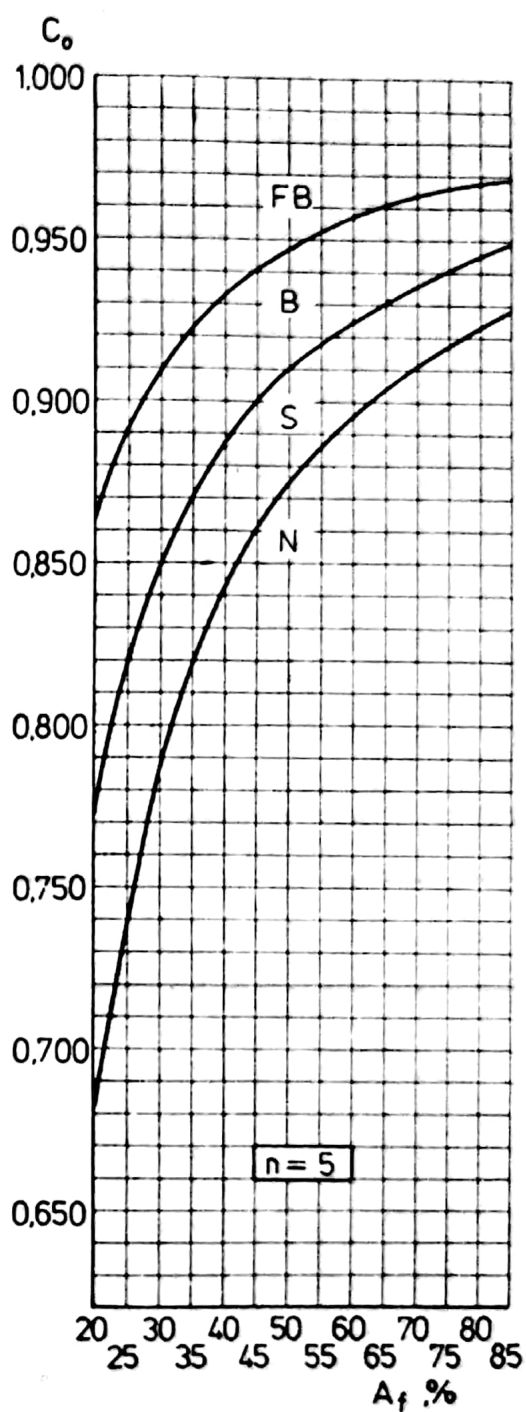


Fig. V.2. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=5$ .

**Tabelul V.3. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n = 6$**

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,862       | 0,769 | 0,768 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,889       | 0,815 | 0,741 |                                                                       |
| 30         | 0,908       | 0,846 | 0,785 |                                                                       |
| 35         | 0,921       | 0,868 | 0,815 |                                                                       |
| 40         | 0,931       | 0,885 | 0,839 |                                                                       |
| 45         | 0,939       | 0,898 | 0,857 |                                                                       |
| 50         | 0,945       | 0,908 | 0,871 |                                                                       |
| 55         | 0,950       | 0,956 | 0,883 |                                                                       |
| 60         | 0,954       | 0,923 | 0,893 |                                                                       |
| 65         | 0,958       | 0,929 | 0,901 |                                                                       |
| 70         | 0,961       | 0,934 | 0,908 |                                                                       |
| 75         | 0,963       | 0,939 | 0,914 |                                                                       |
| 80         | 0,966       | 0,943 | 0,920 |                                                                       |
| 85         | 0,968       | 0,946 | 0,924 |                                                                       |

**Tabelul V.4. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n = 8$**

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,859       | 0,768 | 0,670 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,887       | 0,813 | 0,736 |                                                                       |
| 30         | 0,906       | 0,843 | 0,781 |                                                                       |
| 35         | 0,920       | 0,866 | 0,812 |                                                                       |
| 40         | 0,930       | 0,882 | 0,836 |                                                                       |
| 45         | 0,938       | 0,896 | 0,854 |                                                                       |
| 50         | 0,944       | 0,906 | 0,869 |                                                                       |
| 55         | 0,949       | 0,914 | 0,880 |                                                                       |
| 60         | 0,953       | 0,921 | 0,890 |                                                                       |
| 65         | 0,957       | 0,927 | 0,899 |                                                                       |
| 70         | 0,960       | 0,933 | 0,906 |                                                                       |
| 75         | 0,963       | 0,937 | 0,913 |                                                                       |
| 80         | 0,965       | 0,941 | 0,918 |                                                                       |
| 85         | 0,967       | 0,945 | 0,923 |                                                                       |



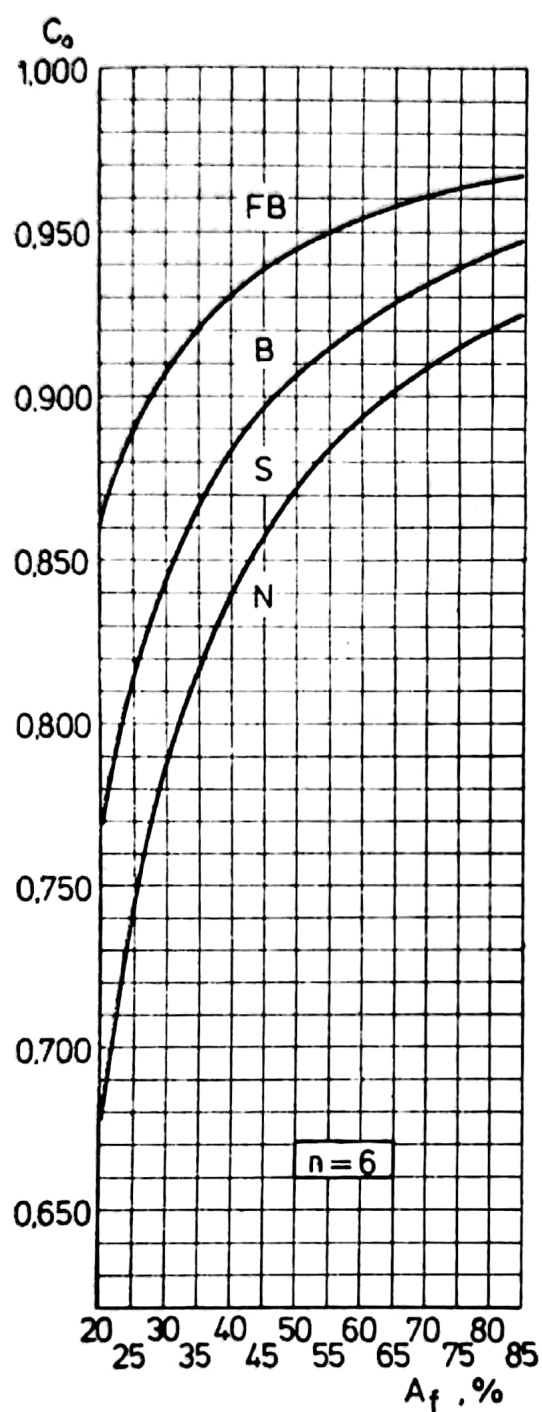


Fig. V.3. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=6$ .

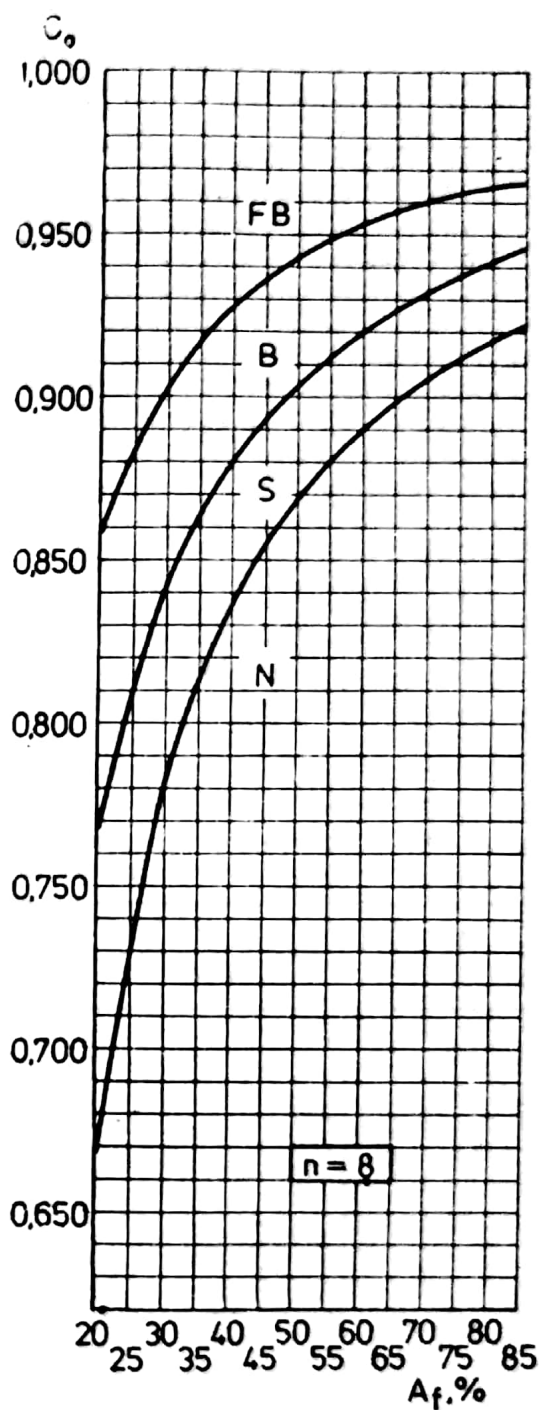


Fig. V.4. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=8$ .

## ANEXA V (continuare)

**Tabelul V.5. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 10$**

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,856       | 0,760 | 0,664 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,885       | 0,808 | 0,721 |                                                                       |
| 30         | 0,904       | 0,840 | 0,775 |                                                                       |
| 35         | 0,919       | 0,853 | 0,808 |                                                                       |
| 40         | 0,929       | 0,870 | 0,832 |                                                                       |
| 45         | 0,936       | 0,884 | 0,850 |                                                                       |
| 50         | 0,942       | 0,894 | 0,867 |                                                                       |
| 55         | 0,948       | 0,903 | 0,878 |                                                                       |
| 60         | 0,952       | 0,920 | 0,888 |                                                                       |
| 65         | 0,956       | 0,926 | 0,896 |                                                                       |
| 70         | 0,959       | 0,932 | 0,904 |                                                                       |
| 75         | 0,962       | 0,936 | 0,910 |                                                                       |
| 80         | 0,964       | 0,941 | 0,916 |                                                                       |
| 85         | 0,966       | 0,955 | 0,921 |                                                                       |

**Tabelul V.6. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 16$**

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,855       | 0,758 | 0,661 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,884       | 0,806 | 0,728 |                                                                       |
| 30         | 0,903       | 0,839 | 0,774 |                                                                       |
| 35         | 0,913       | 0,862 | 0,806 |                                                                       |
| 40         | 0,927       | 0,879 | 0,830 |                                                                       |
| 45         | 0,936       | 0,893 | 0,849 |                                                                       |
| 50         | 0,942       | 0,903 | 0,864 |                                                                       |
| 55         | 0,948       | 0,912 | 0,867 |                                                                       |
| 60         | 0,951       | 0,919 | 0,887 |                                                                       |
| 65         | 0,956       | 0,926 | 0,896 |                                                                       |
| 70         | 0,959       | 0,931 | 0,903 |                                                                       |
| 75         | 0,962       | 0,935 | 0,909 |                                                                       |
| 80         | 0,965       | 0,939 | 0,915 |                                                                       |
| 85         | 0,966       | 0,943 | 0,920 |                                                                       |

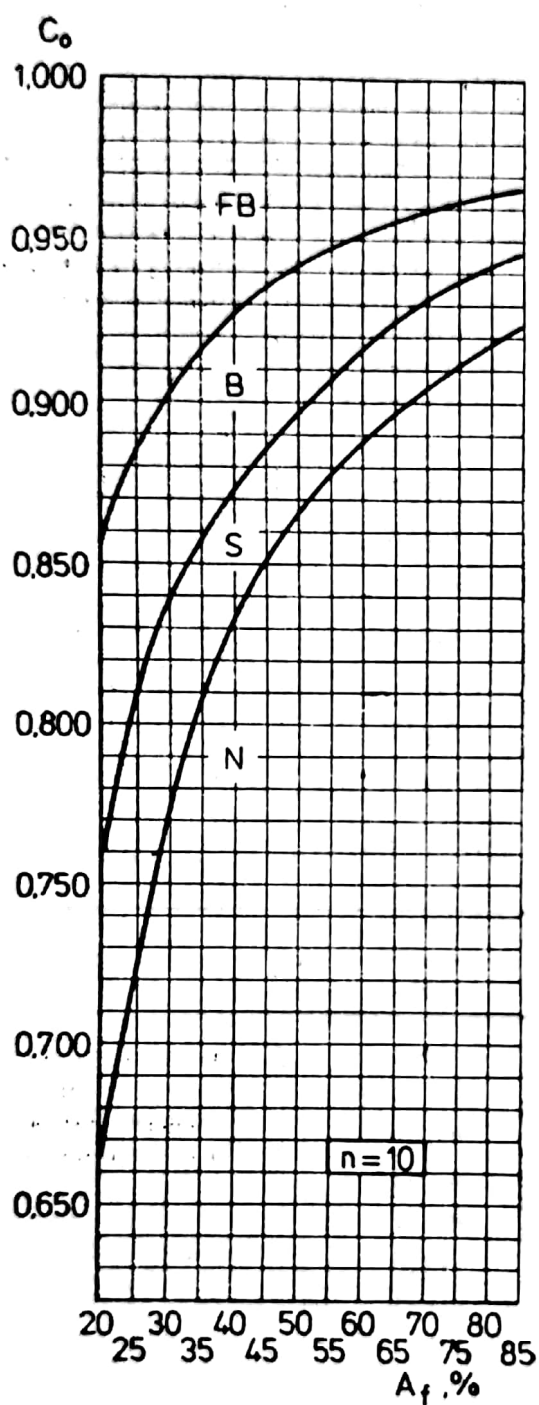


Fig. V.5. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

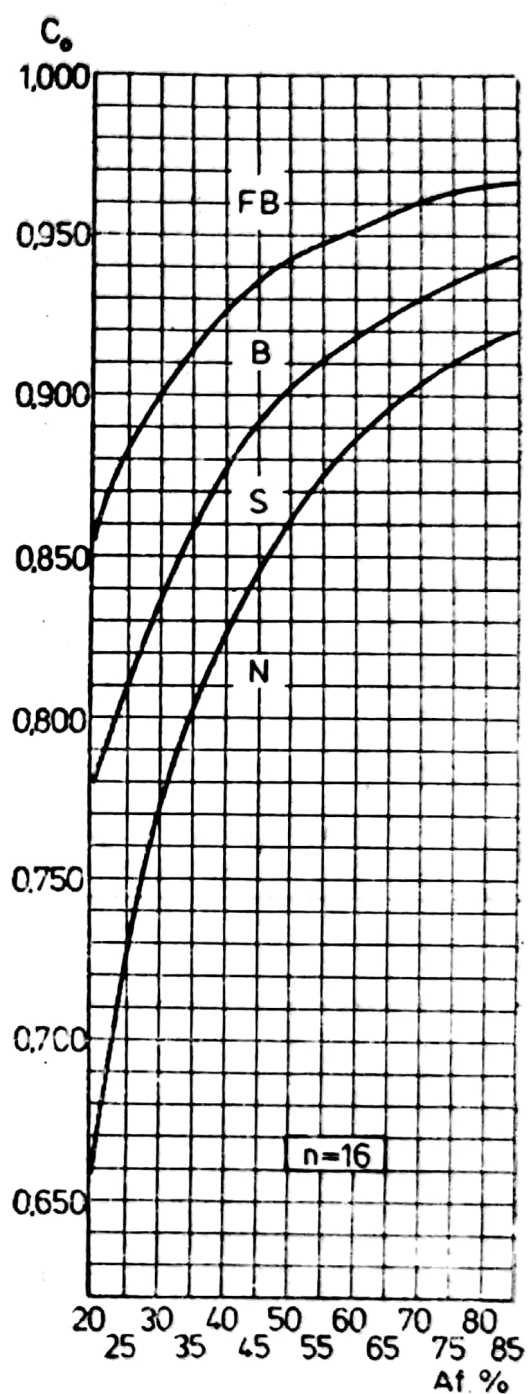


Fig. V.6. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=16$ .



## ANEXA V (continuare)

Tabelul V.7. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 21$ 

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,853       | 0,756 | 0,658 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,883       | 0,801 | 0,726 |                                                                       |
| 30         | 0,902       | 0,837 | 0,772 |                                                                       |
| 35         | 0,916       | 0,860 | 0,804 |                                                                       |
| 40         | 0,926       | 0,877 | 0,824 |                                                                       |
| 45         | 0,935       | 0,891 | 0,847 |                                                                       |
| 50         | 0,911       | 0,902 | 0,862 |                                                                       |
| 55         | 0,917       | 0,910 | 0,845 |                                                                       |
| 60         | 0,950       | 0,918 | 0,886 |                                                                       |
| 65         | 0,955       | 0,924 | 0,895 |                                                                       |
| 70         | 0,958       | 0,929 | 0,902 |                                                                       |
| 75         | 0,961       | 0,933 | 0,907 |                                                                       |
| 80         | 0,964       | 0,937 | 0,913 |                                                                       |
| 85         | 0,965       | 0,924 | 0,919 |                                                                       |

Tabelul V.8. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 31$ 

| $A_f$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 20         | 0,852       | 0,753 | 0,653 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 25         | 0,882       | 0,802 | 0,723 |                                                                       |
| 30         | 0,901       | 0,835 | 0,769 |                                                                       |
| 35         | 0,915       | 0,857 | 0,802 |                                                                       |
| 40         | 0,926       | 0,876 | 0,827 |                                                                       |
| 45         | 0,934       | 0,890 | 0,846 |                                                                       |
| 50         | 0,940       | 0,901 | 0,861 |                                                                       |
| 55         | 0,946       | 0,910 | 0,874 |                                                                       |
| 60         | 0,951       | 0,918 | 0,881 |                                                                       |
| 65         | 0,954       | 0,921 | 0,893 |                                                                       |
| 70         | 0,958       | 0,929 | 0,901 |                                                                       |
| 75         | 0,960       | 0,934 | 0,908 |                                                                       |
| 80         | 0,963       | 0,938 | 0,913 |                                                                       |
| 85         | 0,965       | 0,942 | 0,919 |                                                                       |

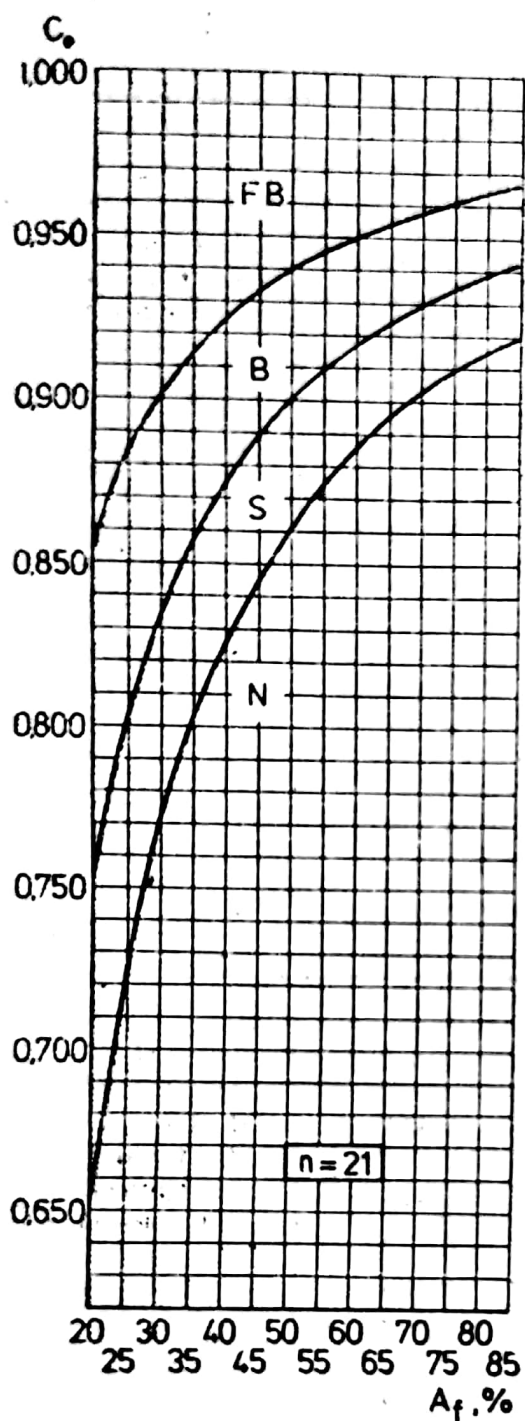


Fig. V.7. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=21$ .

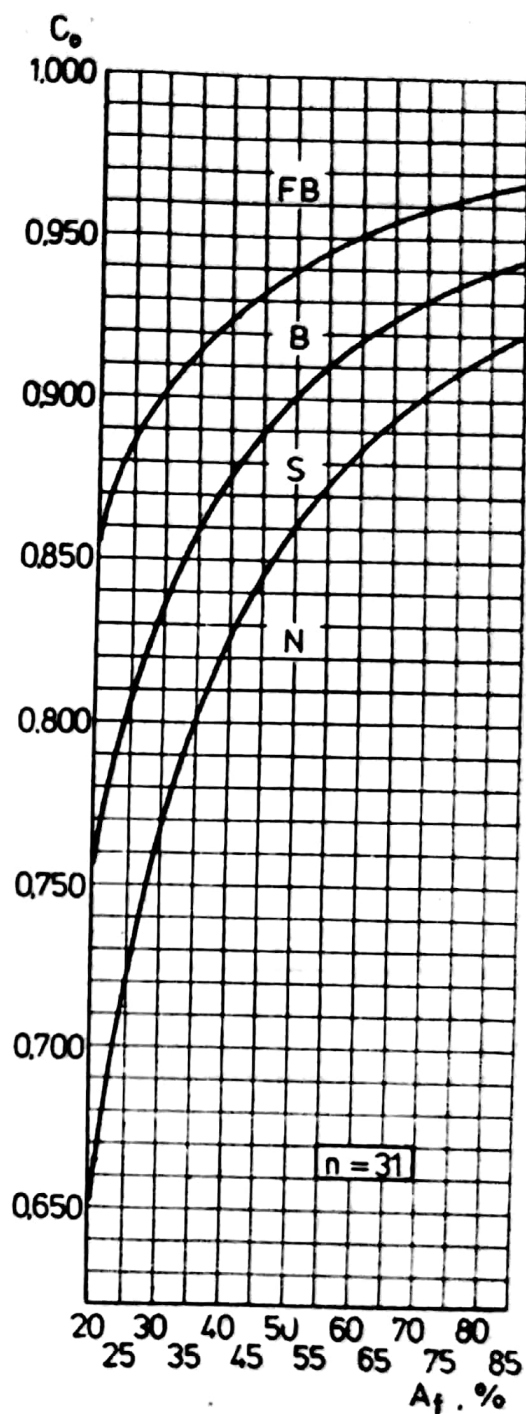


Fig. V.8. Aprecierea omogenității dozajului de agregat fin,  $A_f$ , pentru șiruri cu efective  $n=31$ .

**ANEXA VI. TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA  
OMOGENITĂȚII DOZAJULUI DE AGREGAT MARE**

**Tabelul VI.1. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,827       | 0,758 | 0,663 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,837       | 0,798 | 0,721 |                                                                       |
| 35         | 0,875       | 0,827 | 0,762 |                                                                       |
| 40         | 0,893       | 0,849 | 0,785 |                                                                       |
| 45         | 0,904       | 0,866 | 0,807 |                                                                       |
| 50         | 0,914       | 0,879 | 0,826 |                                                                       |
| 55         | 0,921       | 0,890 | 0,842 |                                                                       |
| 60         | 0,928       | 0,900 | 0,855 |                                                                       |
| 65         | 0,934       | 0,907 | 0,866 |                                                                       |
| 70         | 0,938       | 0,914 | 0,876 |                                                                       |
| 75         | 0,944       | 0,919 | 0,886 |                                                                       |
| 80         | 0,946       | 0,924 | 0,892 |                                                                       |
| 85         | 0,949       | 0,928 | 0,898 |                                                                       |

**Tabelul VI.2. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 5$**

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,819       | 0,746 | 0,636 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,848       | 0,788 | 0,697 |                                                                       |
| 35         | 0,871       | 0,819 | 0,740 |                                                                       |
| 40         | 0,887       | 0,841 | 0,772 |                                                                       |
| 45         | 0,899       | 0,859 | 0,798 |                                                                       |
| 50         | 0,910       | 0,873 | 0,818 |                                                                       |
| 55         | 0,918       | 0,885 | 0,835 |                                                                       |
| 60         | 0,925       | 0,894 | 0,848 |                                                                       |
| 65         | 0,931       | 0,903 | 0,860 |                                                                       |
| 70         | 0,936       | 0,910 | 0,870 |                                                                       |
| 75         | 0,940       | 0,916 | 0,879 |                                                                       |
| 80         | 0,945       | 0,921 | 0,886 |                                                                       |
| 85         | 0,947       | 0,927 | 0,893 |                                                                       |



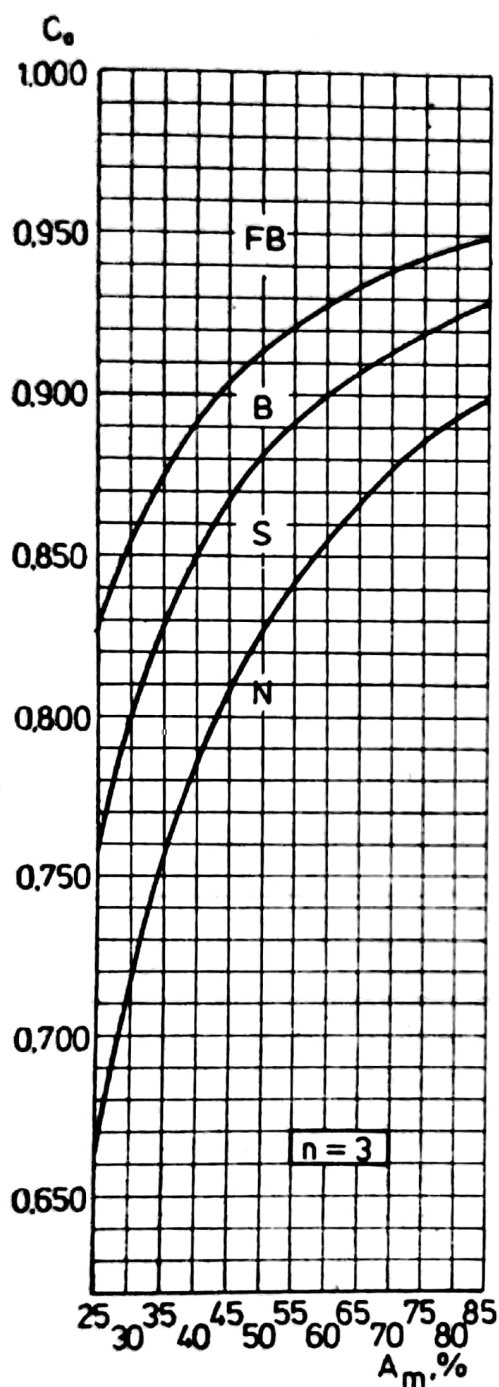


Fig. VI.1. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

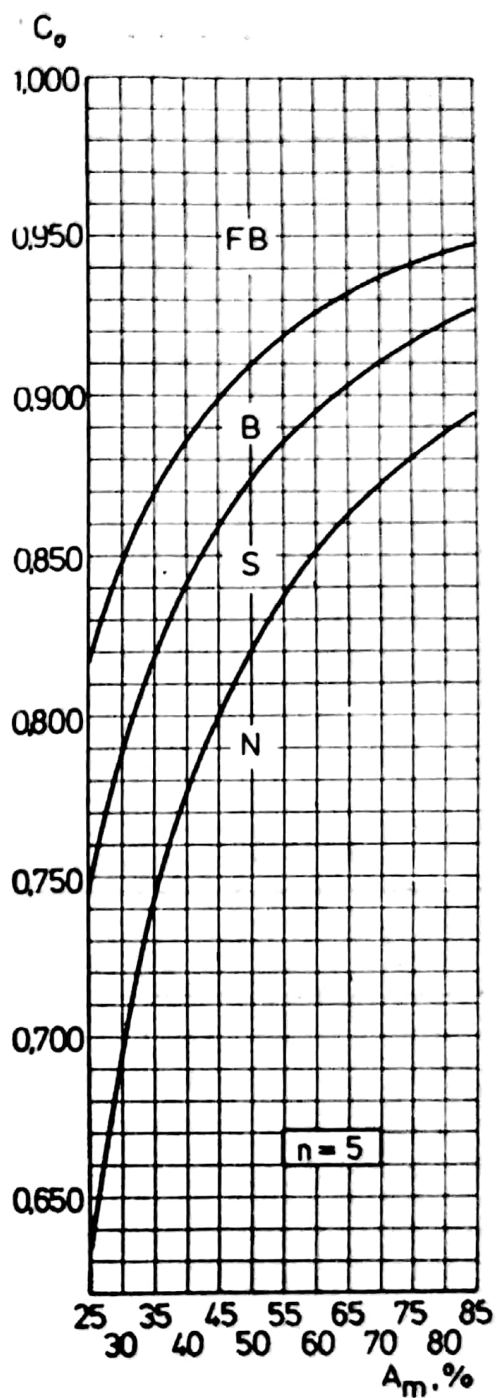


Fig. VI.2. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=5$ .

Tabelul VI.3. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 6$

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,815       | 0,741 | 0,630 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,846       | 0,785 | 0,692 |                                                                       |
| 35         | 0,868       | 0,815 | 0,738 |                                                                       |
| 40         | 0,885       | 0,839 | 0,769 |                                                                       |
| 45         | 0,898       | 0,857 | 0,794 |                                                                       |
| 50         | 0,908       | 0,871 | 0,815 |                                                                       |
| 55         | 0,916       | 0,883 | 0,832 |                                                                       |
| 60         | 0,923       | 0,893 | 0,846 |                                                                       |
| 65         | 0,929       | 0,901 | 0,858 |                                                                       |
| 70         | 0,934       | 0,908 | 0,868 |                                                                       |
| 75         | 0,939       | 0,914 | 0,877 |                                                                       |
| 80         | 0,943       | 0,920 | 0,884 |                                                                       |
| 85         | 0,946       | 0,924 | 0,891 |                                                                       |

Tabelul VI.4. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 8$

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,813       | 0,736 | 0,623 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,843       | 0,781 | 0,686 |                                                                       |
| 35         | 0,866       | 0,812 | 0,730 |                                                                       |
| 40         | 0,882       | 0,834 | 0,765 |                                                                       |
| 45         | 0,896       | 0,854 | 0,791 |                                                                       |
| 50         | 0,906       | 0,869 | 0,811 |                                                                       |
| 55         | 0,914       | 0,880 | 0,828 |                                                                       |
| 60         | 0,921       | 0,890 | 0,843 |                                                                       |
| 65         | 0,927       | 0,899 | 0,855 |                                                                       |
| 70         | 0,933       | 0,906 | 0,866 |                                                                       |
| 75         | 0,937       | 0,913 | 0,874 |                                                                       |
| 80         | 0,941       | 0,918 | 0,881 |                                                                       |
| 85         | 0,945       | 0,923 | 0,889 |                                                                       |

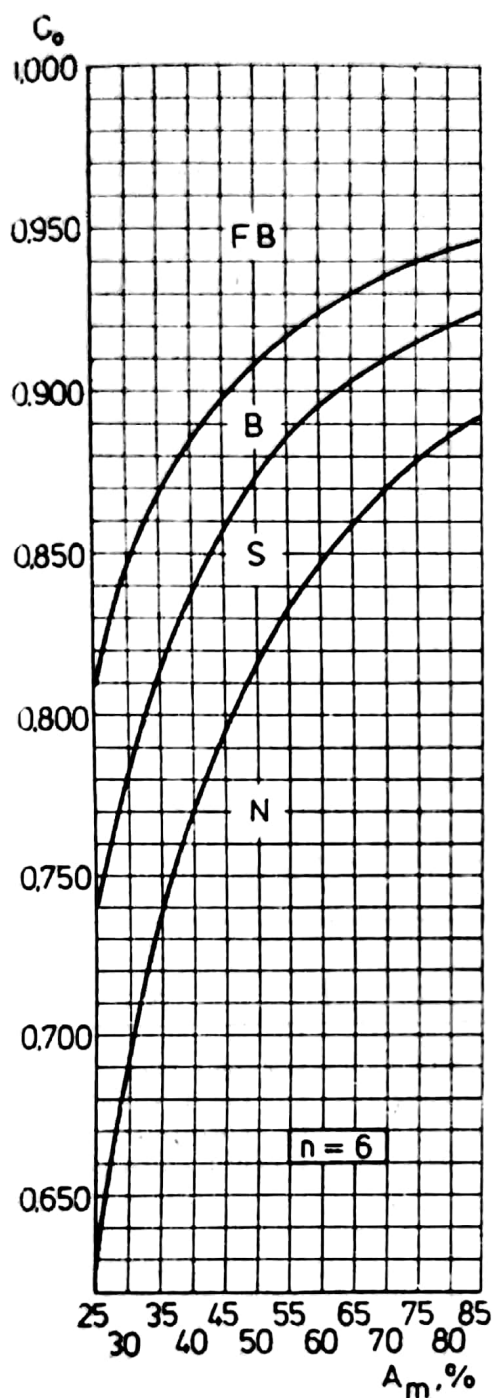


Fig. VI.3. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=6$ .

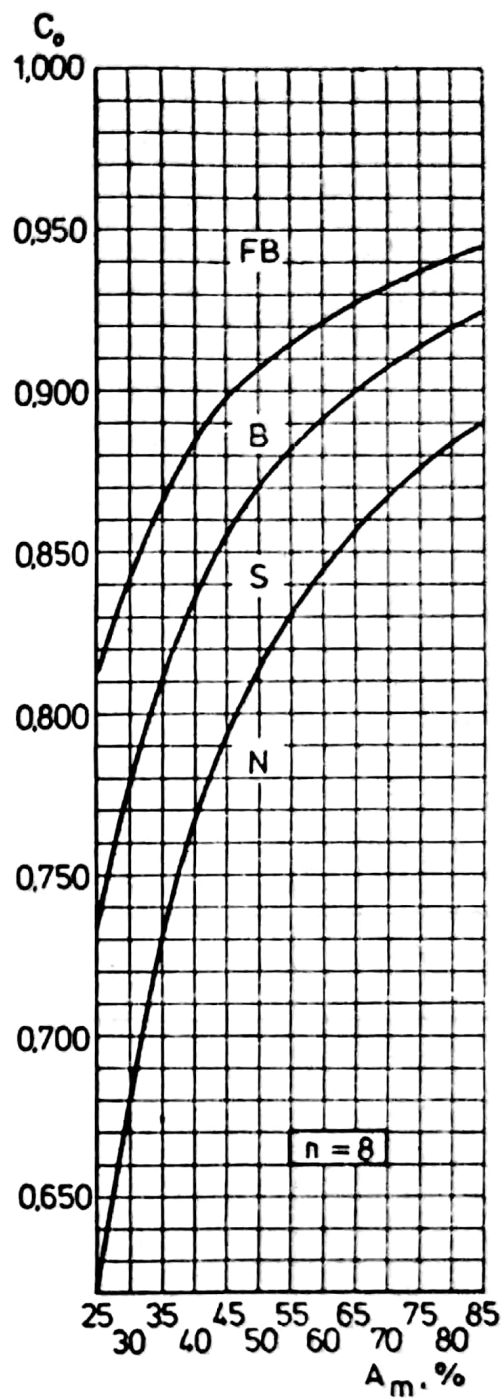


Fig. VI.4. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=8$ .



## ANEXA VI (continuare)

Tabelul VI.5. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n = 10$ 

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,808       | 0,721 | 0,614 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,840       | 0,775 | 0,678 |                                                                       |
| 35         | 0,855       | 0,808 | 0,725 |                                                                       |
| 40         | 0,870       | 0,832 | 0,760 |                                                                       |
| 45         | 0,884       | 0,850 | 0,787 |                                                                       |
| 50         | 0,894       | 0,867 | 0,808 |                                                                       |
| 55         | 0,910       | 0,878 | 0,825 |                                                                       |
| 60         | 0,920       | 0,888 | 0,841 |                                                                       |
| 65         | 0,926       | 0,896 | 0,852 |                                                                       |
| 70         | 0,932       | 0,904 | 0,863 |                                                                       |
| 75         | 0,936       | 0,910 | 0,871 |                                                                       |
| 80         | 0,951       | 0,916 | 0,878 |                                                                       |
| 85         | 0,955       | 0,921 | 0,887 |                                                                       |

Tabelul VI.6. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n = 16$ 

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,804       | 0,726 | 0,609 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,837       | 0,772 | 0,674 |                                                                       |
| 35         | 0,860       | 0,804 | 0,721 |                                                                       |
| 40         | 0,877       | 0,828 | 0,756 |                                                                       |
| 45         | 0,891       | 0,847 | 0,784 |                                                                       |
| 50         | 0,902       | 0,862 | 0,805 |                                                                       |
| 55         | 0,910       | 0,875 | 0,823 |                                                                       |
| 60         | 0,918       | 0,886 | 0,838 |                                                                       |
| 65         | 0,924       | 0,895 | 0,849 |                                                                       |
| 70         | 0,929       | 0,902 | 0,860 |                                                                       |
| 75         | 0,933       | 0,907 | 0,868 |                                                                       |
| 80         | 0,937       | 0,913 | 0,875 |                                                                       |
| 85         | 0,942       | 0,919 | 0,884 |                                                                       |

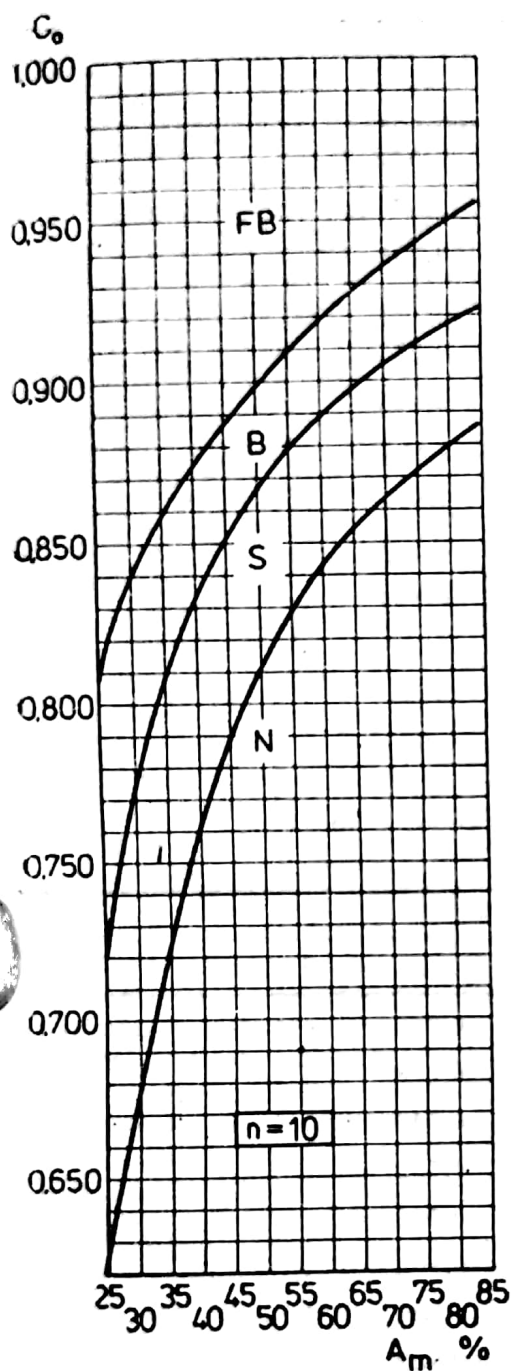


Fig. VI.5. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

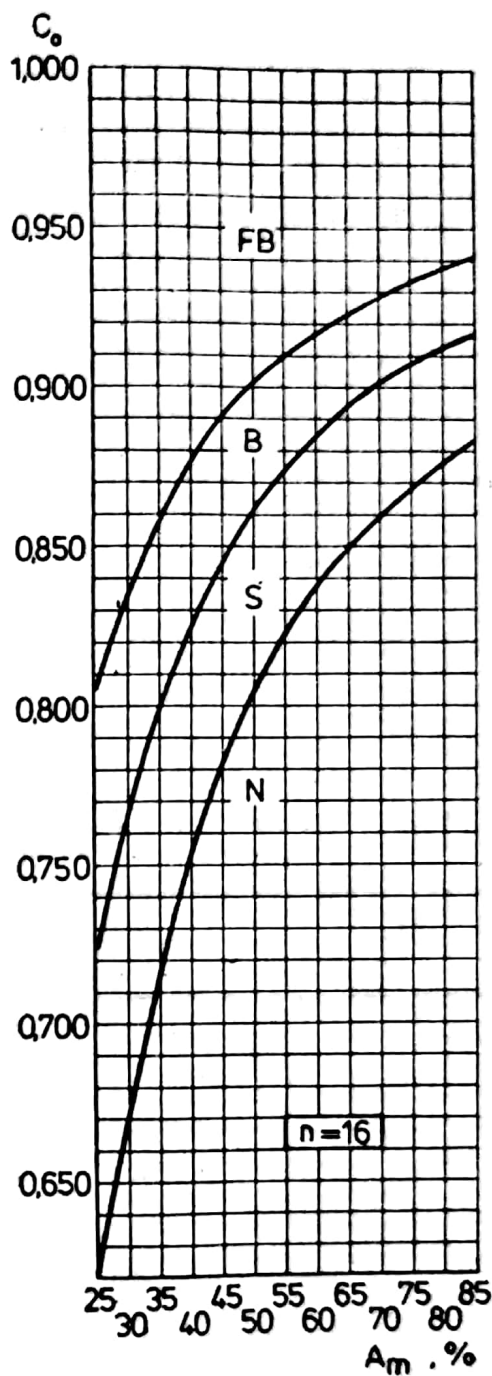


Fig. VI.6. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=16$ .

Tabelul VI.7. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n = 21$ 

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,806       | 0,728 | 0,612 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,839       | 0,771 | 0,675 |                                                                       |
| 35         | 0,862       | 0,806 | 0,722 |                                                                       |
| 40         | 0,879       | 0,830 | 0,757 |                                                                       |
| 45         | 0,893       | 0,849 | 0,785 |                                                                       |
| 50         | 0,903       | 0,864 | 0,815 |                                                                       |
| 55         | 0,912       | 0,876 | 0,823 |                                                                       |
| 60         | 0,919       | 0,886 | 0,839 |                                                                       |
| 65         | 0,926       | 0,896 | 0,850 |                                                                       |
| 70         | 0,931       | 0,903 | 0,861 |                                                                       |
| 75         | 0,935       | 0,907 | 0,870 |                                                                       |
| 80         | 0,939       | 0,915 | 0,874 |                                                                       |
| 85         | 0,943       | 0,920 | 0,885 |                                                                       |

Tabelul VI.8. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n = 31$ 

| $A_m$<br>% | Calificativ |       |       |                                                                       |
|------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|            | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 25         | 0,802       | 0,723 | 0,603 | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 30         | 0,835       | 0,769 | 0,670 |                                                                       |
| 35         | 0,857       | 0,802 | 0,716 |                                                                       |
| 40         | 0,876       | 0,827 | 0,752 |                                                                       |
| 45         | 0,890       | 0,846 | 0,780 |                                                                       |
| 50         | 0,900       | 0,861 | 0,802 |                                                                       |
| 55         | 0,910       | 0,804 | 0,820 |                                                                       |
| 60         | 0,918       | 0,874 | 0,835 |                                                                       |
| 65         | 0,924       | 0,893 | 0,846 |                                                                       |
| 70         | 0,929       | 0,901 | 0,857 |                                                                       |
| 75         | 0,934       | 0,980 | 0,865 |                                                                       |
| 80         | 0,938       | 0,918 | 0,872 |                                                                       |
| 85         | 0,942       | 0,919 | 0,885 |                                                                       |



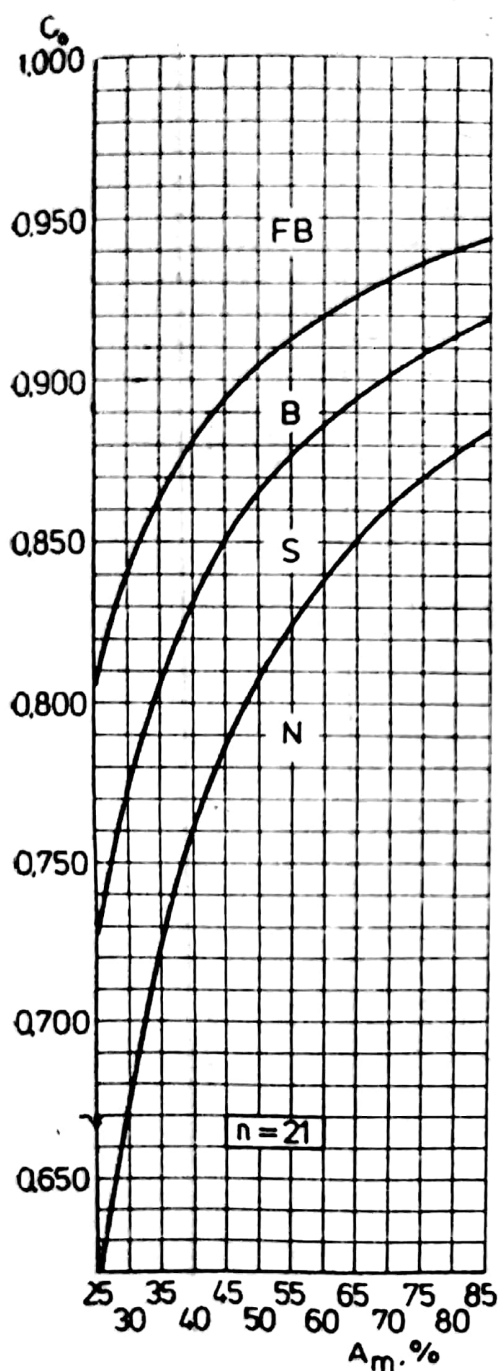


Fig. VI.7. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=21$ .

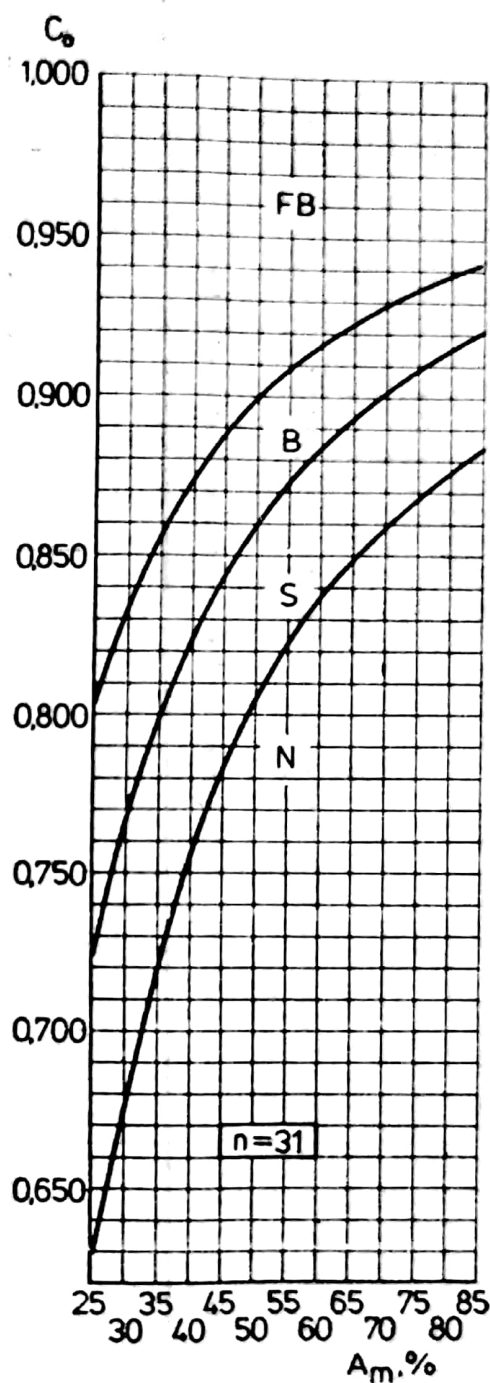


Fig. VI.8. Aprecierea omogenității dozajului de agregat mare,  $A_m$ , pentru șiruri cu efective  $n=31$ .

**ANEXA VII. STUDIUL VARIABILITĂȚII CARACTERISTICILOR FIZICO-MECANICE  
PENTRU MIXTURI ASFALTICE**

**Tabelul VII.1. Studiul variabilității caracteristicilor fizico-mecanice, pentru betoane asfaltice**

| Sector<br>D.N. | n  | $\rho_a$ |       | $A_v$ |        | $R_c^{22^{\circ}\text{C}}$ |        |
|----------------|----|----------|-------|-------|--------|----------------------------|--------|
|                |    | s        | $C_v$ | s     | $C_v$  | s                          | $C_v$  |
| 1              | 4  | 23,03    | 1,01  | 1,93  | 39,90  | 3,10                       | 7,80   |
| 2              | 7  | 74,00    | 3,30  | 2,50  | 41,60  | 7,07                       | 18,00  |
| 3              | 5  | 27,00    | 1,30  | 3,60  | 27,50  | 5,20                       | 21,80  |
| 4              | 4  | 31,80    | 1,40  | 3,40  | 64,00  | 2,01                       | 5,70   |
| 5              | 6  | 17,80    | 0,90  | 3,60  | 44,80  | 3,31                       | 13,50  |
| 6              | 13 | 55,30    | 2,50  | 2,79  | 42,10  | 2,30                       | 7,60   |
| 7              | 10 | 52,00    | 2,30  | 2,76  | 46,00  | 6,20                       | 18,40  |
| 8              | 14 | 41,10    | 1,80  | 2,28  | 56,30  | 4,38                       | 14,10  |
| 9              | 6  | 72,70    | 3,30  | 2,67  | 41,10  | 7,30                       | 20,30  |
| 10             | 3  | 33,80    | 1,50  | 1,72  | 40,10  | 4,72                       | 14,10  |
| $\Sigma$       | 72 | 428,53   | 28,40 | 27,25 | 443,40 | 45,59                      | 141,30 |
| $\bar{x}$      |    | 42,85    | 2,84  | 2,73  | 44,30  | 4,56                       | 14,13  |

## ANEXA VII (continuare)

**Tabelul VII.2. Studiul variabilității caracteristicilor fizico-mecanice  
pentru mixtura asfaltică utilizată la execuția unui drum nou**

| Indicatori statistici             | Caracteristici Marshall |                     |                                         |
|-----------------------------------|-------------------------|---------------------|-----------------------------------------|
|                                   | Stabilitate<br>kg       | Fluaj<br>1/100 inch | Densitate aparentă<br>g/cm <sup>3</sup> |
| Numărul determinărilor $n$        | 306                     | 330                 | 327                                     |
| Valoarea medie $\bar{x}$          | 1 687,6                 | 11,48               | 2,349                                   |
| Abaterea standard $s$             | 167,4                   | 0,984               | 0,0231                                  |
| Coefficient de variație $C_v$ , % | 9,9                     | 8,6                 | 0,98                                    |
| Calificativ omogenitate           | B                       | B                   | FB                                      |
| Caracteristici proiectate         | 1 580                   | 13,8                | 2,363                                   |
| Valori minime conform proiect     | 700                     | 8 – 16              | 2,350                                   |





**ANEXA VIII. TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA  
OMOGENITĂȚII REZISTENȚEI LA COMPRESIUNE  
A MIXTURILOR ASFALTICE**

**Tabelul VIII.1. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune la 22°C,  $R_c^{30}$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $R_c$<br>daN/cm <sup>2</sup> | Calificativ |       |       |        |
|------------------------------|-------------|-------|-------|--------|
|                              | FB          | B     | S     | N      |
| 30                           |             |       |       |        |
| 32                           | 0,945       |       |       |        |
| 35                           | 0,950       | 0,875 |       |        |
| 40                           | 0,956       | 0,891 | 0,783 | <0,783 |
| 45                           | 0,961       | 0,903 |       |        |
| 50                           | 0,965       |       |       |        |
| 52                           |             |       |       |        |

**Tabelul VIII.2. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune la 22°C,  $R_c^{30}$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 10$**

| $R_c$<br>daN/cm <sup>2</sup> | Calificativ |       |       |        |
|------------------------------|-------------|-------|-------|--------|
|                              | FB          | B     | S     | N      |
| 30                           |             |       |       |        |
| 32                           | 0,940       |       |       |        |
| 35                           | 0,946       | 0,861 |       |        |
| 40                           | 0,952       | 0,880 | 0,762 | <0,762 |
| 45                           | 0,957       | 0,894 |       |        |
| 50                           | 0,962       |       |       |        |
| 52                           |             |       |       |        |

**Tabelul VIII.3. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune, la 22°C,  $R_c^{30}$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 61$**

| $R_c$<br>daN/cm <sup>2</sup> | Calificativ |       |       |        |
|------------------------------|-------------|-------|-------|--------|
|                              | FB          | B     | S     | N      |
| 30                           |             |       |       |        |
| 32                           | 0,938       |       |       |        |
| 35                           | 0,943       | 0,858 |       |        |
| 40                           | 0,950       | 0,876 | 0,752 | <0,752 |
| 45                           | 0,956       | 0,890 |       |        |
| 50                           | 0,960       |       |       |        |
| 52                           |             |       |       |        |

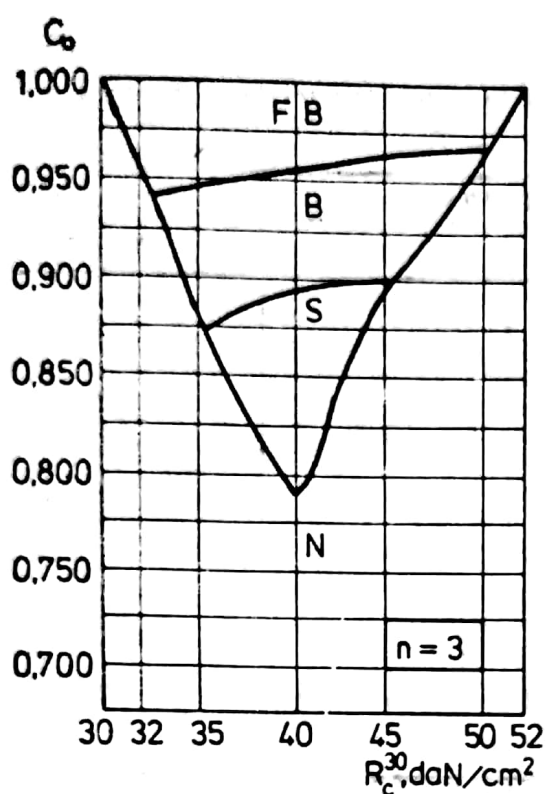


Fig. VIII.1. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune,  $R_c^{30}$  pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

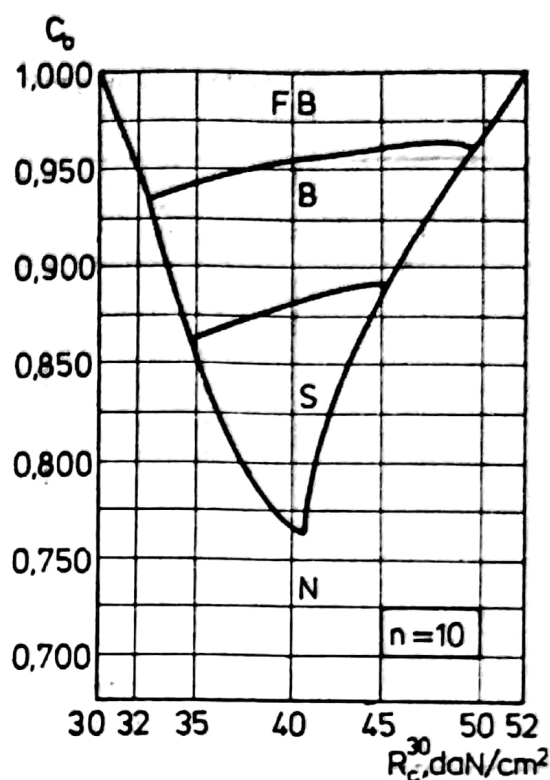
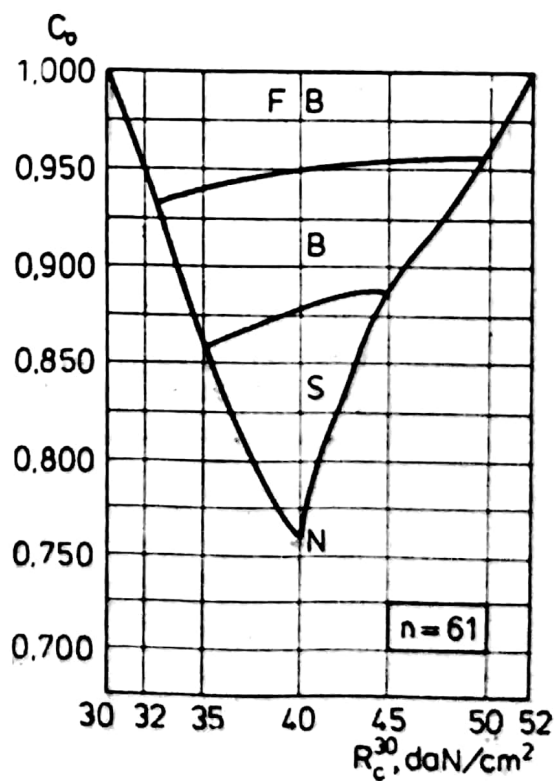


Fig. VIII.2. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune,  $R_c^{30}$  pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

Fig. VIII.3. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune  $R_c^{30}$  pentru șiruri cu efective  $n=61$ .



ANEXA VIII (continuare)

**Tabelul VIII.4. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune, la 22°C,  $R_c^{25}$ , pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $R_c$<br>% | Calificativ |       |       |        |
|------------|-------------|-------|-------|--------|
|            | FB          | B     | S     | N      |
| 25         |             |       |       |        |
| 27         | 0,935       |       |       |        |
| 30         | 0,942       | 0,855 |       |        |
| 35         | 0,950       | 0,876 | 0,751 | <0,751 |
| 40         | 0,956       | 0,891 |       |        |
| 45         |             |       |       |        |

**Tabelul VIII.5. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune, la 22°C,  $R_c^{25}$ , pentru șiruri cu efective  $n = 10$**

| $R_c$<br>% | Calificativ |       |       |        |
|------------|-------------|-------|-------|--------|
|            | FB          | B     | S     | N      |
| 25         |             |       |       |        |
| 27         | 0,929       |       |       |        |
| 30         | 0,936       | 0,841 |       |        |
| 35         | 0,945       | 0,864 | 0,728 | <0,728 |
| 40         | 0,947       | 0,881 |       |        |
| 45         |             |       |       |        |

**Tabelul VIII.6. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune, la 22°C,  $R_c^{25}$ , pentru șiruri cu efective  $n = 61$**

| $R_c$<br>% | Calificativ |       |       |   |
|------------|-------------|-------|-------|---|
|            | FB          | B     | S     | N |
| 25         |             |       |       |   |
| 27         | 0,927       |       |       |   |
| 30         | 0,934       | 0,835 |       |   |
| 35         | 0,943       | 0,858 | 0,717 |   |
| 40         | 0,951       | 0,876 |       |   |
| 45         |             |       |       |   |



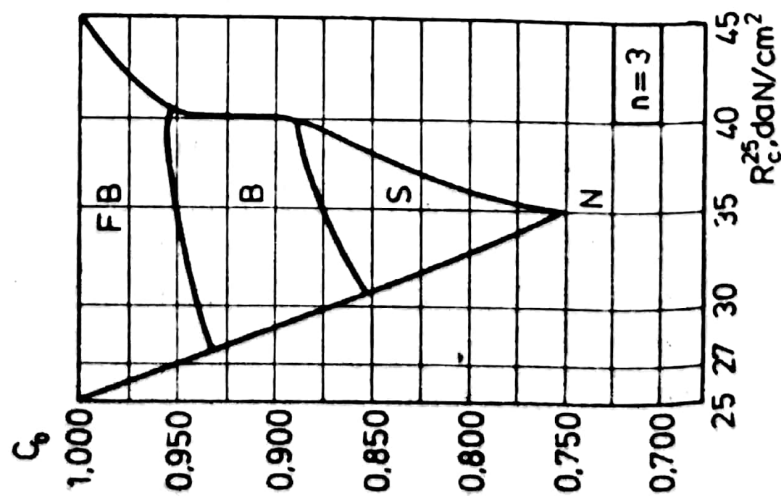


Fig. VIII.4. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune  $R_c^{25}$  pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

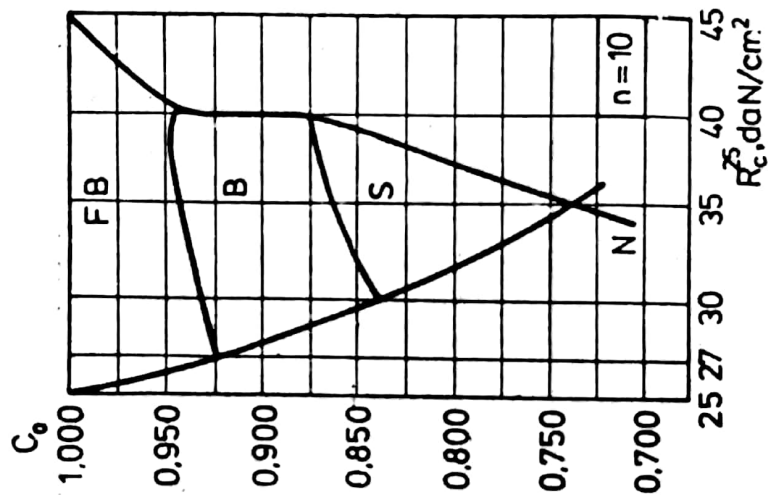


Fig. VIII.5. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune,  $R_c^{25}$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

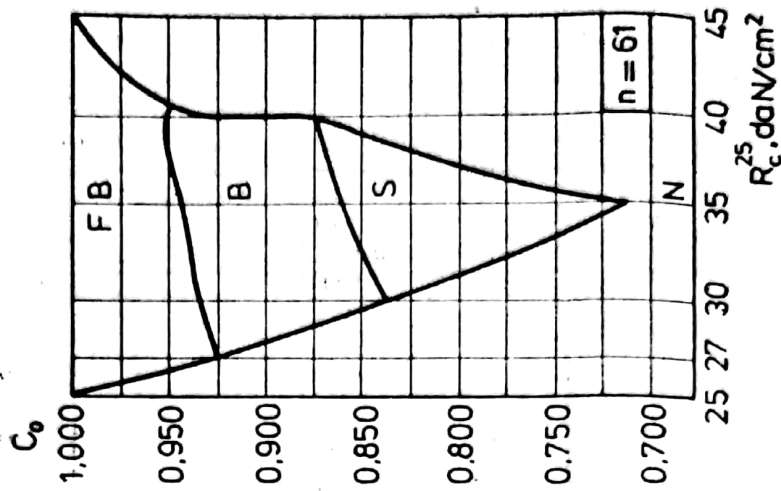


Fig. VIII.6. Aprecierea omogenității rezistenței la compresiune,  $R_c^{25}$ , pentru șiruri cu efective  $n=61$ .

**ANEXA IX TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA OMOGENITĂȚII CARACTERISTICILOR MARSHALL ALE MIXTURILOR ASFALTICE**

**Tabelul IX.1. Aprecierea omogenității stabilității, S, pentru șiruri cu efective  $n = 4$**

| $\bar{S}$<br>kg | Calificativ |       |       |                                                                       |
|-----------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|                 | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 300             |             |       |       | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 350             | 0,875       |       |       |                                                                       |
| 400             | 0,891       | 0,782 |       |                                                                       |
| 450             | 0,903       | 0,807 | 0,710 |                                                                       |
| 500             | 0,913       | 0,826 | 0,759 |                                                                       |
| 550             | 0,920       | 0,841 | 0,762 |                                                                       |
| 600             | 0,927       | 0,855 | 0,783 |                                                                       |
| 650             | 0,933       | 0,866 | 0,799 |                                                                       |
| 700             | 0,937       | 0,876 | 0,813 |                                                                       |
| 750             | 0,942       | 0,884 | 0,826 |                                                                       |
| 800             | 0,946       | 0,891 | 0,837 |                                                                       |
| 850             | 0,949       | 0,897 | 0,846 |                                                                       |
| 900             | 0,952       | 0,903 | 0,855 |                                                                       |
| 950             | 0,954       | 0,908 | 0,862 |                                                                       |
| 1 000           | 0,956       | 0,913 | 0,869 |                                                                       |
| 1 050           | 0,958       | 0,917 | 0,876 |                                                                       |
| 1 100           | 0,960       | 0,921 | 0,881 |                                                                       |
| 1 150           | 0,962       | 0,924 | 0,886 |                                                                       |
| 1 200           | 0,963       | 0,927 | 0,891 |                                                                       |
| 1 300           | 0,966       | 0,933 | 0,899 |                                                                       |
| 1 400           | 0,968       | 0,937 | 0,906 |                                                                       |
| 1 500           | 0,971       | 0,942 | 0,913 |                                                                       |
| 1 600           | 0,972       | 0,946 | 0,918 |                                                                       |
| 1 700           | 0,974       | 0,949 | 0,923 |                                                                       |
| 1 800           | 0,976       | 0,952 | 0,927 |                                                                       |
| 1 900           | 0,977       | 0,954 | 0,931 |                                                                       |
| 2 000           | 0,978       | 0,956 | 0,935 |                                                                       |
| 2 100           | 0,979       | 0,958 | 0,937 |                                                                       |
| 2 200           | 0,980       | 0,960 | 0,941 |                                                                       |

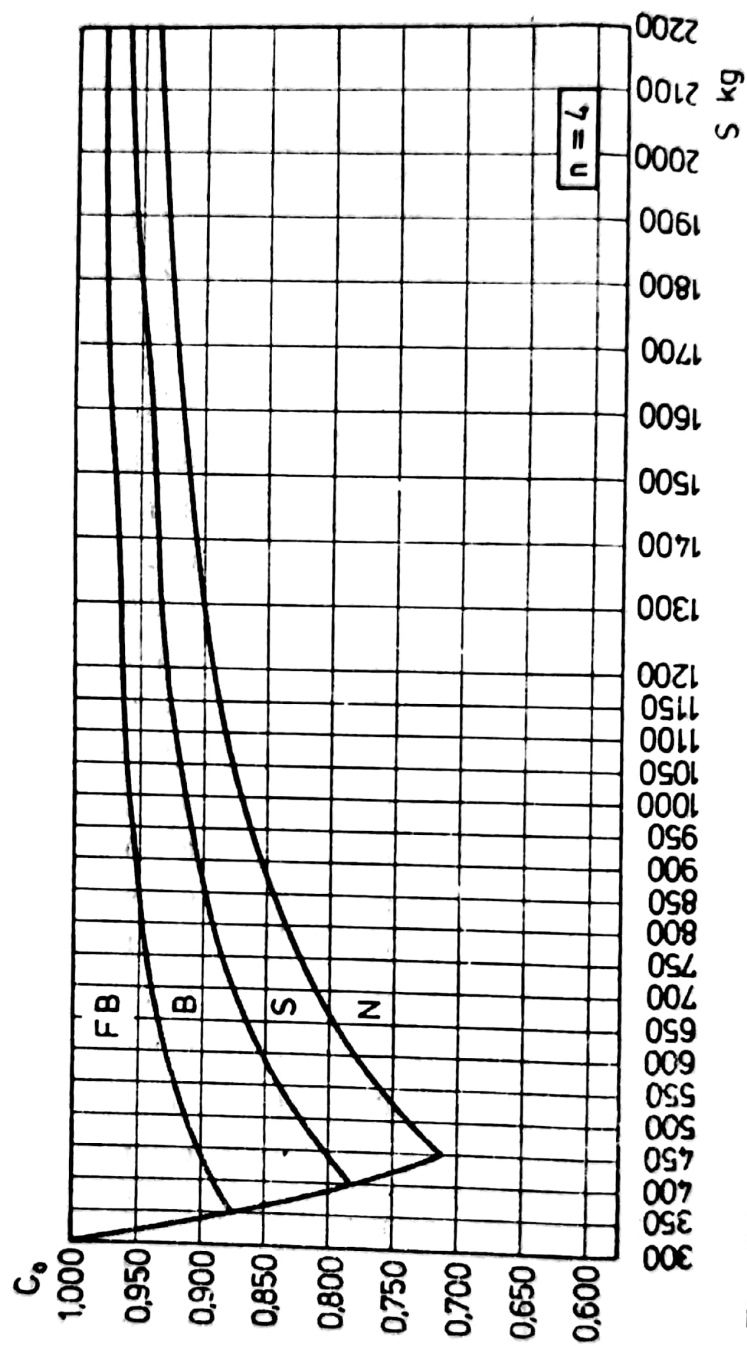


Fig. IX.1., Aprecierea omogenității stabilității,  $S$ , pentru șiruri cu efective  $n=4$ .



Tabelul IX.2. Aprecierea omogenității stabilității, S, pentru șiruri cu efective  $n = 10$ 

| $\bar{S}$<br>kg | Calificativ |       |       |                                                                      |
|-----------------|-------------|-------|-------|----------------------------------------------------------------------|
|                 | FB          | B     | S     | N                                                                    |
| 300             |             |       |       | Valori mai mici<br>dect valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 350             | 0,863       |       |       |                                                                      |
| 400             | 0,880       | 0,761 |       |                                                                      |
| 450             | 0,891       | 0,788 | 0,682 |                                                                      |
| 500             | 0,901       | 0,809 | 0,714 |                                                                      |
| 550             | 0,913       | 0,826 | 0,740 |                                                                      |
| 600             | 0,920       | 0,841 | 0,761 |                                                                      |
| 650             | 0,926       | 0,858 | 0,780 |                                                                      |
| 700             | 0,932       | 0,863 | 0,796 |                                                                      |
| 750             | 0,936       | 0,873 | 0,809 |                                                                      |
| 800             | 0,940       | 0,881 | 0,921 |                                                                      |
| 850             | 0,944       | 0,888 | 0,832 |                                                                      |
| 900             | 0,947       | 0,894 | 0,841 |                                                                      |
| 950             | 0,950       | 0,899 | 0,849 |                                                                      |
| 1 000           | 0,952       | 0,905 | 0,857 |                                                                      |
| 1 050           | 0,954       | 0,909 | 0,864 |                                                                      |
| 1 100           | 0,957       | 0,913 | 0,870 |                                                                      |
| 1 150           | 0,958       | 0,917 | 0,876 |                                                                      |
| 1 200           | 0,960       | 0,921 | 0,881 |                                                                      |
| 1 300           | 0,963       | 0,927 | 0,890 |                                                                      |
| 1 400           | 0,966       | 0,932 | 0,897 |                                                                      |
| 1 500           | 0,968       | 0,937 | 0,905 |                                                                      |
| 1 600           | 0,970       | 0,940 | 0,911 |                                                                      |
| 1 700           | 0,972       | 0,944 | 0,915 |                                                                      |
| 1 800           | 0,973       | 0,947 | 0,921 |                                                                      |
| 1 900           | 0,974       | 0,950 | 0,925 |                                                                      |
| 2 000           | 0,976       | 0,952 | 0,929 |                                                                      |
| 2 100           | 0,977       | 0,955 | 0,932 |                                                                      |
| 2 200           | 0,978       | 0,957 | 0,935 |                                                                      |

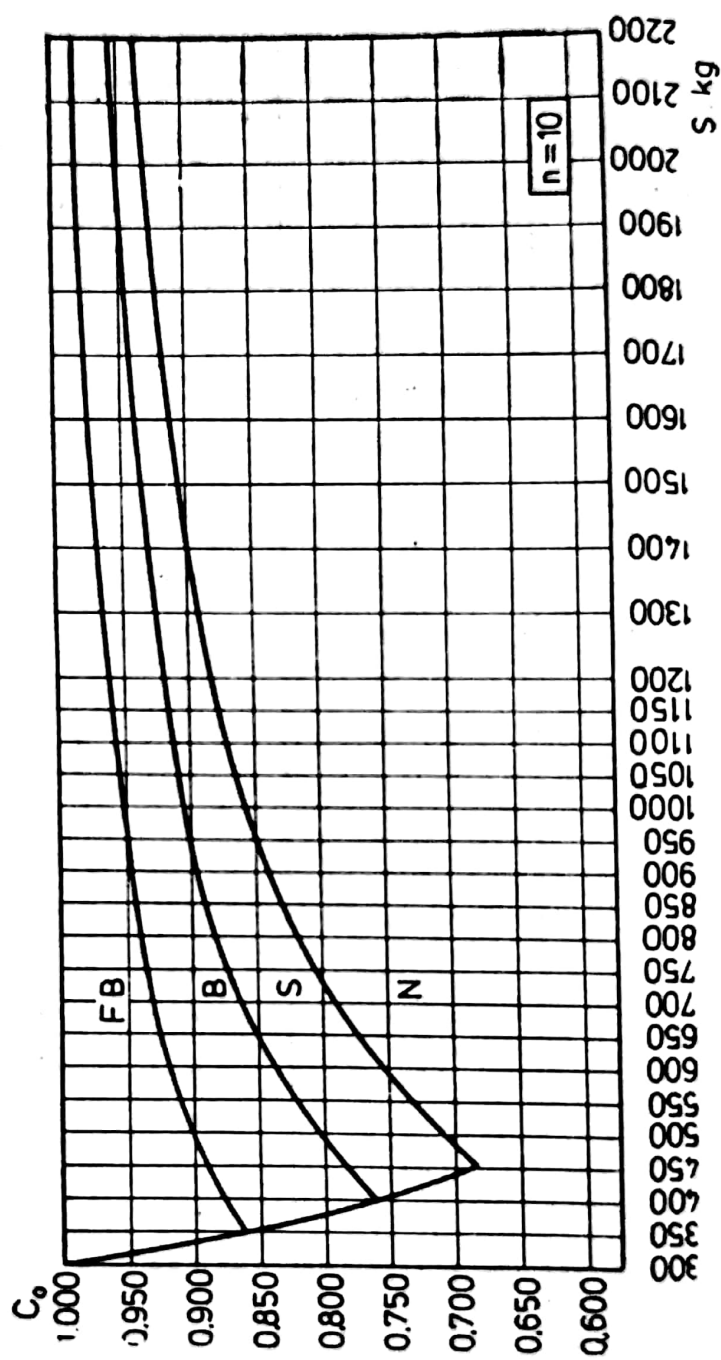


Fig. IX.2. Aprecieria omogenității stabilității, S, pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

Tabelul IX.3. Aprecierea omogenității stabilității, S, pentru șiruri cu efective  $n=61$ 

| $\bar{S}$<br>kg | Calificativ |       |       |                                                                       |
|-----------------|-------------|-------|-------|-----------------------------------------------------------------------|
|                 | FB          | B     | S     | N                                                                     |
| 300             |             |       |       | Valori mai mici<br>decît valorile<br>corespunzătoare<br>din coloana S |
| 350             | 0,859       |       |       |                                                                       |
| 400             | 0,876       | 0,752 |       |                                                                       |
| 450             | 0,890       | 0,780 | 0,670 |                                                                       |
| 500             | 0,901       | 0,802 | 0,702 |                                                                       |
| 550             | 0,910       | 0,820 | 0,730 |                                                                       |
| 600             | 0,918       | 0,835 | 0,752 |                                                                       |
| 650             | 0,933       | 0,844 | 0,711 |                                                                       |
| 700             | 0,938       | 0,858 | 0,787 |                                                                       |
| 750             | 0,942       | 0,868 | 0,801 |                                                                       |
| 800             | 0,946       | 0,876 | 0,814 |                                                                       |
| 850             | 0,949       | 0,833 | 0,825 |                                                                       |
| 900             | 0,952       | 0,890 | 0,835 |                                                                       |
| 950             | 0,954       | 0,896 | 0,843 |                                                                       |
| 1 000           | 0,956       | 0,901 | 0,851 |                                                                       |
| 1 050           | 0,958       | 0,905 | 0,858 |                                                                       |
| 1 100           | 0,960       | 0,910 | 0,865 |                                                                       |
| 1 150           | 0,962       | 0,914 | 0,871 |                                                                       |
| 1 200           | 0,964       | 0,917 | 0,876 |                                                                       |
| 1 300           | 0,966       | 0,924 | 0,886 |                                                                       |
| 1 400           | 0,969       | 0,929 | 0,894 |                                                                       |
| 1 500           | 0,971       | 0,934 | 0,901 |                                                                       |
| 1 600           | 0,973       | 0,938 | 0,907 |                                                                       |
| 1 700           | 0,974       | 0,942 | 0,913 |                                                                       |
| 1 800           | 0,976       | 0,945 | 0,917 |                                                                       |
| 1 900           | 0,977       | 0,948 | 0,922 |                                                                       |
| 2 000           | 0,978       | 0,950 | 0,926 |                                                                       |
| 2 100           | 0,979       | 0,953 | 0,929 |                                                                       |
| 2 200           | 0,980       | 0,955 | 0,932 |                                                                       |



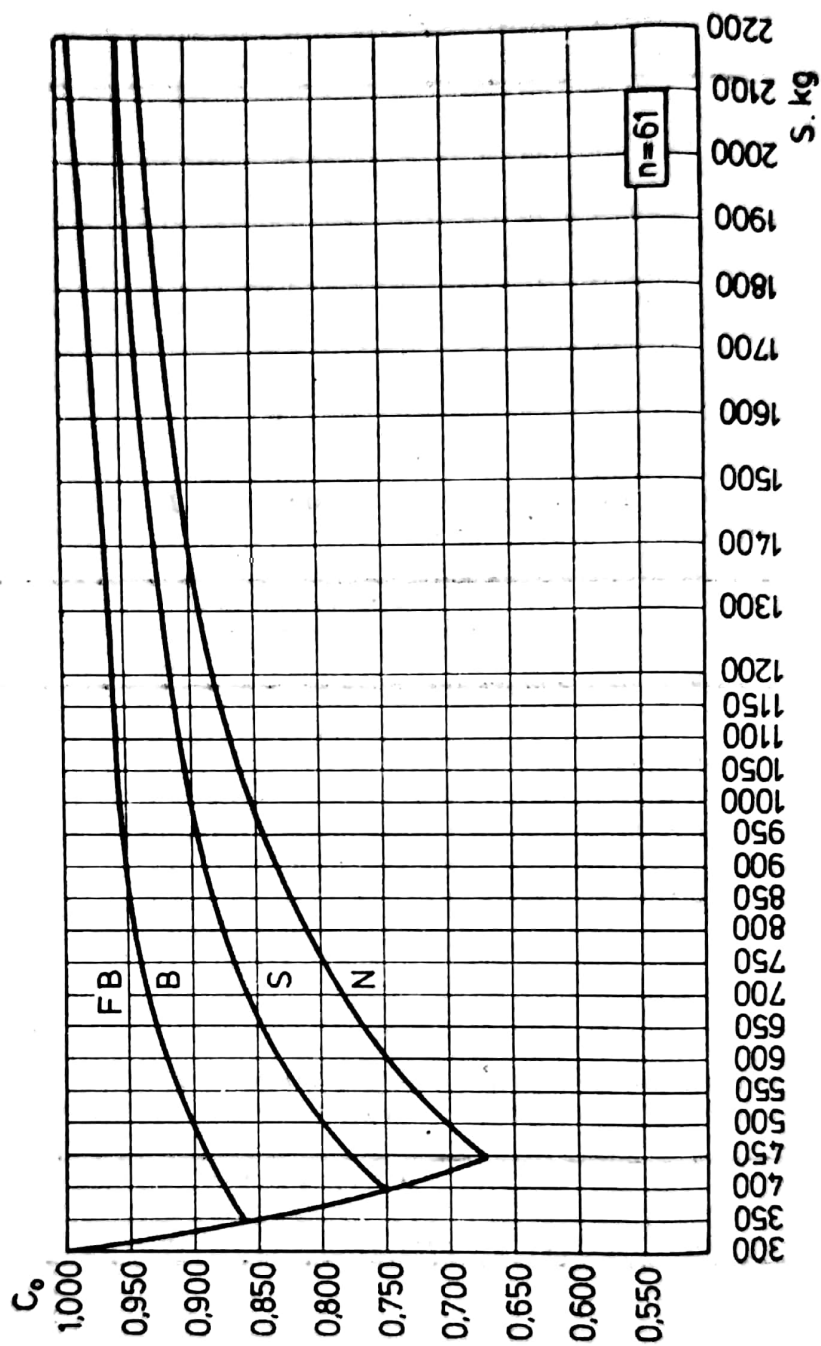


Fig. IX.3. Aprecierarea omogenității stabilității,  $S$ , pentru șiruri cu efective  $n=61$ .

Tabelul IX.4. Aprecierea omogenității fluajului Marshall,  $I$ , pentru șiruri cu efective  $n = 3$ 

| $I$<br>0,1 mm | Calificativ |       |       |        |
|---------------|-------------|-------|-------|--------|
|               | FB          | B     | S     | N      |
| 15            |             |       |       |        |
| 20            | 0,762       |       |       |        |
| 25            | 0,826       | 0,652 |       |        |
| 30            | 0,855       | 0,740 | 0,565 | <0,565 |
| 35            | 0,875       | 0,806 |       |        |
| 40            | 0,891       |       |       |        |
| 45            |             |       |       |        |

Tabelul IX.5. Aprecierea omogenității fluajului Marshall,  $I$ , pentru șiruri cu efective  $n = 10$ 

| $I$<br>0,1 mm | Calificativ |       |       |        |
|---------------|-------------|-------|-------|--------|
|               | FB          | B     | S     | N      |
| 15            |             |       |       |        |
| 20            | 0,762       |       |       |        |
| 25            | 0,805       | 0,619 |       |        |
| 30            | 0,811       | 0,683 | 0,524 | <0,524 |
| 35            | 0,863       | 0,728 |       |        |
| 40            | 0,880       |       |       |        |

Tabelul IX.6. Aprecierea omogenității fluajului Marshall,  $I$ , pentru șiruri cu efective  $n = 61$ 

| $I$<br>0,1 mm | Calificativ |       |       |        |
|---------------|-------------|-------|-------|--------|
|               | FB          | B     | S     | N      |
| 15            |             |       |       |        |
| 20            |             |       |       |        |
| 25            | 0,752       |       |       |        |
| 30            | 0,802       | 0,603 |       |        |
| 35            | 0,835       | 0,670 | 0,523 | <0,523 |
| 40            | 0,858       | 0,717 |       |        |
| 45            | 0,876       |       |       |        |

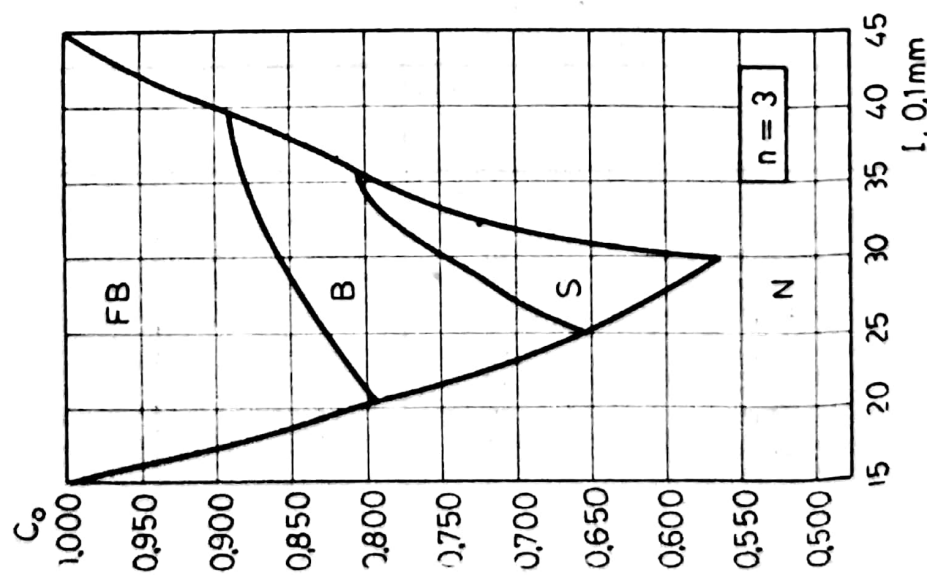


Fig. IX.4. Aprecierea omogenității fluajului Marshall,  $I$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

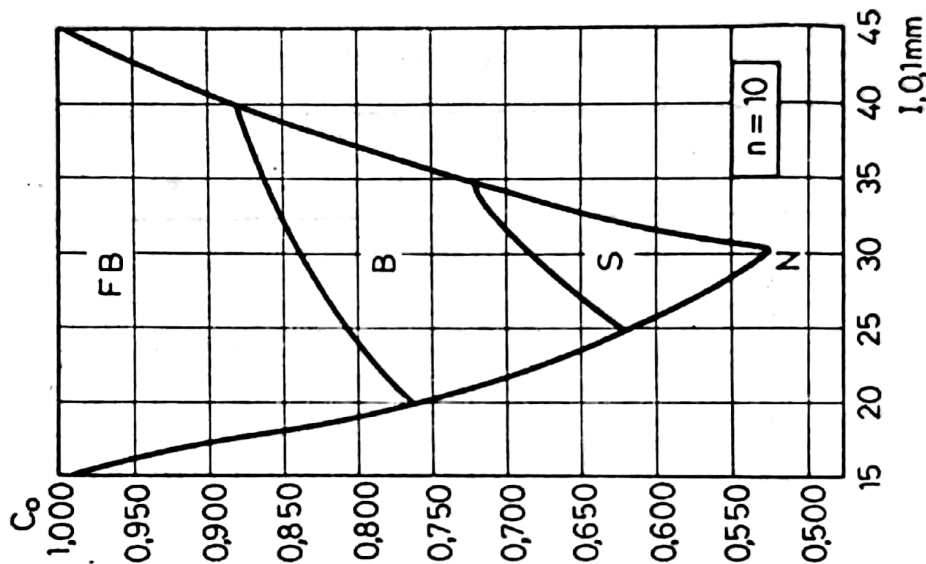


Fig. IX.5. Aprecierea omogenității fluajului Marshall,  $I$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

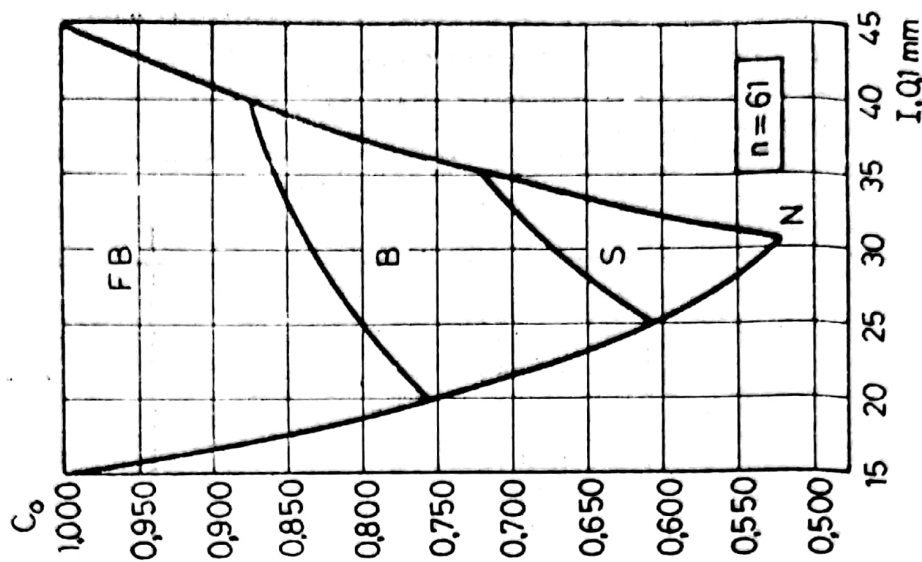


Fig. IX.6. Aprecierea omogenității fluajului Marshall,  $I$ , pentru șiruri cu efective  $n=61$ .



**ANEXA X. TABELE ȘI DIAGrame UZUALE PENTRU APRECIEREA  
OMOGENITĂȚII DENSITĂȚII APARENTE**

**Tabelul X.1. Aprecierea omogenității densității aparente,  $\rho_a$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $\rho_a$<br>g/cm <sup>3</sup> | Calificativ |        |        |         |
|-------------------------------|-------------|--------|--------|---------|
|                               | FB          | B      | S      | N       |
| 2 200                         |             |        |        |         |
| 2 225                         | 0,9902      |        |        |         |
| 2 250                         | 0,9903      | 0,9807 |        |         |
| 2 275                         | 0,9904      | 0,9809 | 0,9726 | <0,9726 |
| 2 300                         | 0,9905      | 0,9811 |        |         |
| 2 325                         | 0,9906      |        |        |         |
| 2 350                         | 0,9907      | 0,9815 |        |         |
| 2 375                         | 0,9908      | 0,9816 | 0,9738 | <0,9738 |
| 2 400                         | 0,9909      | 0,9818 |        |         |
| 2 425                         | 0,9910      |        |        |         |
| 2 450                         |             |        |        |         |

**Tabelul X.2. Aprecierea omogenității densității aparente,  $\rho_a$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 10$**

| $\rho_a$<br>g/cm <sup>3</sup> | Calificativ |        |        |         |
|-------------------------------|-------------|--------|--------|---------|
|                               | FB          | B      | S      | N       |
| 2 200                         |             |        |        |         |
| 2 225                         | 0,9893      |        |        |         |
| 2 250                         | 0,9894      | 0,9788 |        |         |
| 2 275                         | 0,9895      | 0,9791 | 0,9686 | <0,9686 |
| 2 300                         | 0,9896      | 0,9793 |        |         |
| 2 325                         | 0,9897      |        |        |         |
| 2 350                         | 0,9898      | 0,9797 |        |         |
| 2 375                         | 0,9898      | 0,9799 | 0,9699 | <0,9699 |
| 2 400                         | 0,9899      | 0,9801 |        |         |
| 2 425                         | 0,9901      |        |        |         |
| 2 450                         |             |        |        |         |

**Tabelul X.3. Aprecierea omogenității densității aparente,  $\rho_a$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 61$**

| $\rho_a$<br>g/cm <sup>3</sup> | Calificativ |        |        |         |
|-------------------------------|-------------|--------|--------|---------|
|                               | FB          | B      | S      | N       |
| 2 200                         |             |        |        |         |
| 2 225                         | 0,9889      |        |        |         |
| 2 250                         | 0,9890      | 0,9780 |        |         |
| 2 275                         | 0,9891      | 0,9783 | 0,9677 | <0,9677 |
| 2 300                         | 0,9893      | 0,9785 |        |         |
| 2 325                         | 0,9894      |        |        |         |
| 2 350                         | 0,9895      | 0,9789 |        |         |
| 2 375                         | 0,9896      | 0,9792 | 0,9687 | 0,9687  |
| 2 400                         | 0,9897      | 0,9794 |        |         |
| 2 425                         | 0,9898      |        |        |         |
| 2 450                         |             |        |        |         |

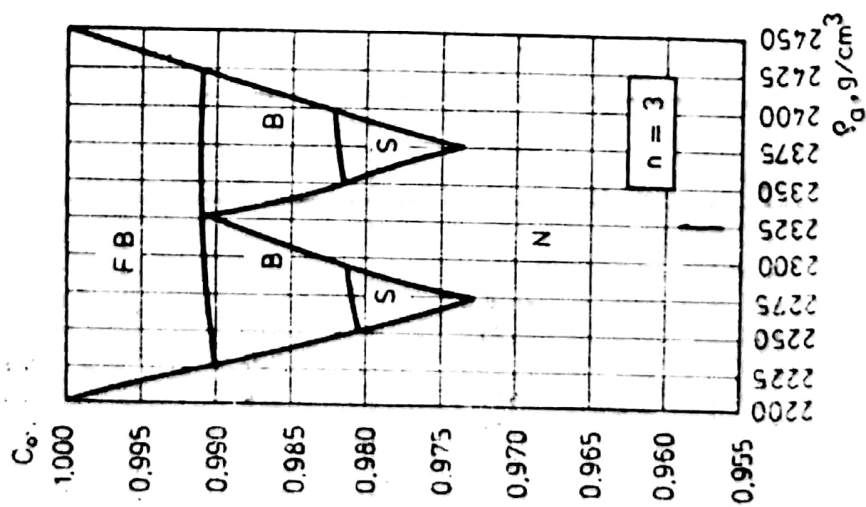


Fig. X.1. Aprecieria omogenității densității aparente,  $\rho_a$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

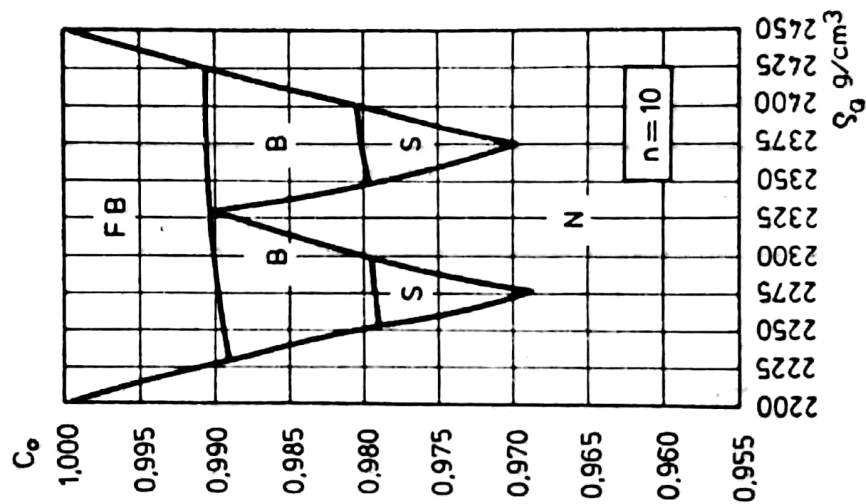


Fig. X.2. Aprecieria omogenității densității aparente,  $\rho_a$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

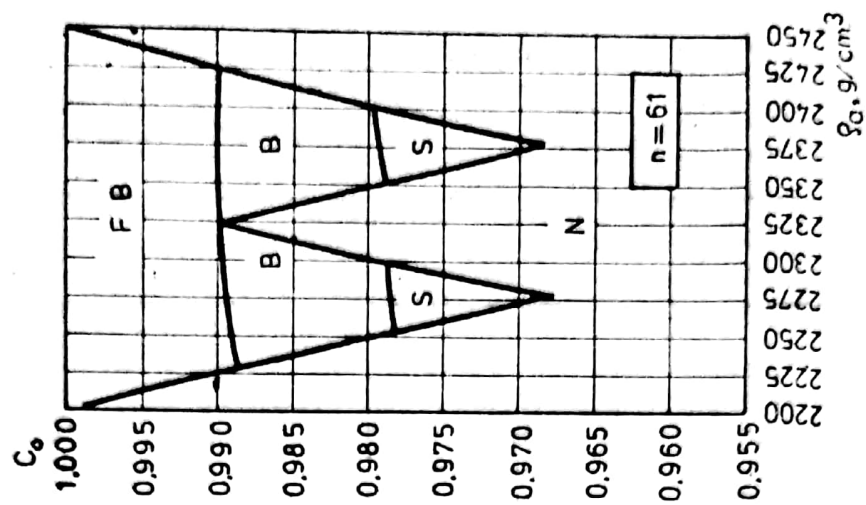


Fig. X.3. Aprecieria omogenității densității aparente,  $\rho_a$ , pentru șiruri cu efective  $n=61$ .

**ANEXA XI. TABELE ȘI ABACE UZUALE PENTRU APRECIEREA  
OMOGENITĂȚII ABSORBȚIEI DE APĂ**

**Tabelul XI.1. Aprecierea omogenității absorbției de apă,  $A_p$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 3$**

| $A_p$<br>% | Calificativ |       |       |         |
|------------|-------------|-------|-------|---------|
|            | FB          | B     | S     | N       |
| 0,5        |             |       |       |         |
| 1          | 0,565       |       |       |         |
| 2          | 0,783       | 0,565 |       |         |
| 3          | 0,855       | 0,710 | 0,565 | < 0,565 |
| 4          | 0,891       | 0,782 | 0,673 | < 0,673 |
| 5          | 0,912       | 0,826 | 0,739 | < 0,739 |
| 6          | 0,927       | 0,855 | 0,783 | < 0,783 |
| 7          | 0,937       | 0,875 |       |         |
| 8          |             |       |       |         |

**Tabelul XI.2. Aprecierea omogenității absorbției de apă,  $A_p$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 10$**

| $A_p$<br>% | Calificativ |       |       |         |
|------------|-------------|-------|-------|---------|
|            | FB          | B     | S     | N       |
| 0,5        |             |       |       |         |
| 1          | 0,524       |       |       |         |
| 2          | 0,762       | 0,524 |       |         |
| 3          | 0,841       | 0,682 | 0,521 | < 0,521 |
| 4          | 0,880       | 0,762 | 0,642 | < 0,642 |
| 5          | 0,904       | 0,809 | 0,714 | < 0,714 |
| 6          | 0,920       | 0,841 | 0,762 | < 0,762 |
| 7          | 0,932       | 0,863 |       |         |
| 8          |             |       |       |         |

**Tabelul XI.3. Aprecierea omogenității absorbției de apă,  $A_p$ ,  
pentru șiruri cu efective  $n = 61$**

| $A_p$<br>% | Calificativ |       |       |         |
|------------|-------------|-------|-------|---------|
|            | FB          | B     | S     | N       |
| 0,5        |             |       |       |         |
| 1          | 0,505       |       |       |         |
| 2          | 0,752       | 0,505 |       |         |
| 3          | 0,835       | 0,670 | 0,505 | < 0,505 |
| 4          | 0,876       | 0,752 | 0,629 | < 0,629 |
| 5          | 0,901       | 0,802 | 0,702 | < 0,702 |
| 6          | 0,918       | 0,835 | 0,752 | < 0,752 |
| 7          | 0,929       | 0,858 |       |         |
| 8          |             |       |       |         |



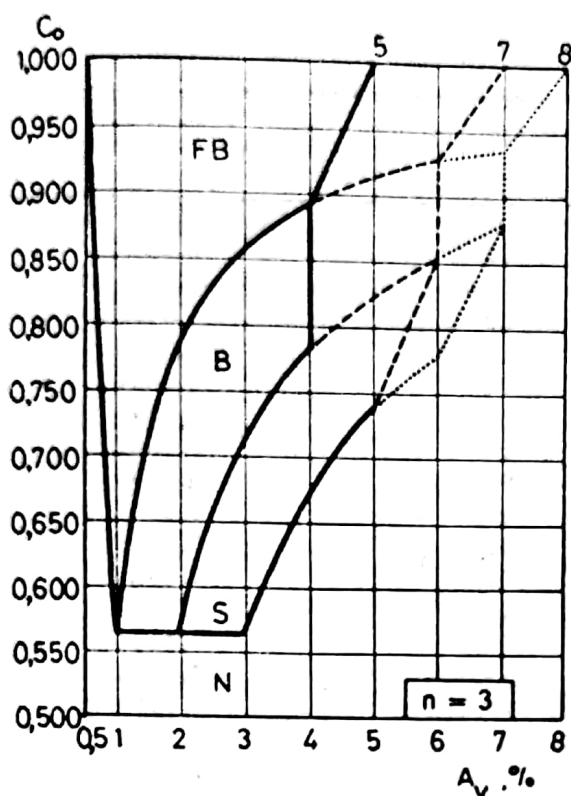


Fig. XI.1. Aprecieria omogenității absorbției de apă,  $A_v$ , pentru șiruri cu efective  $n=3$ .

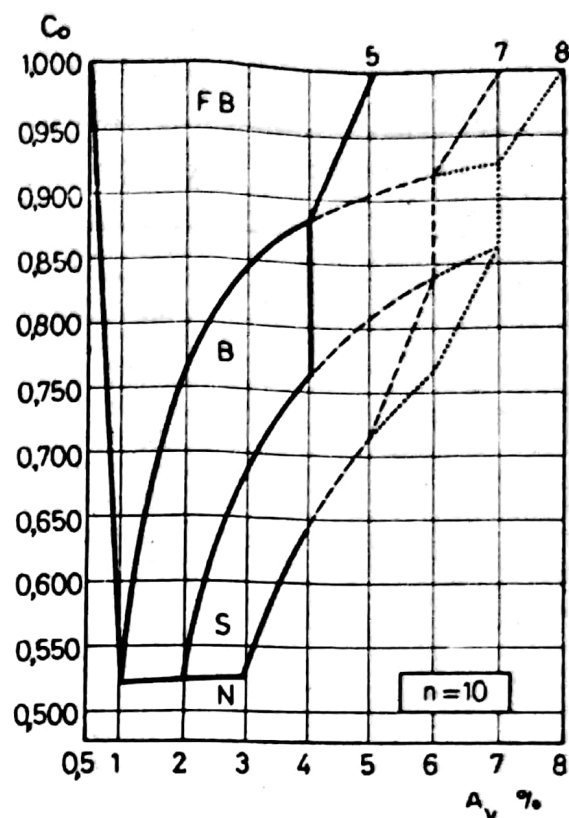
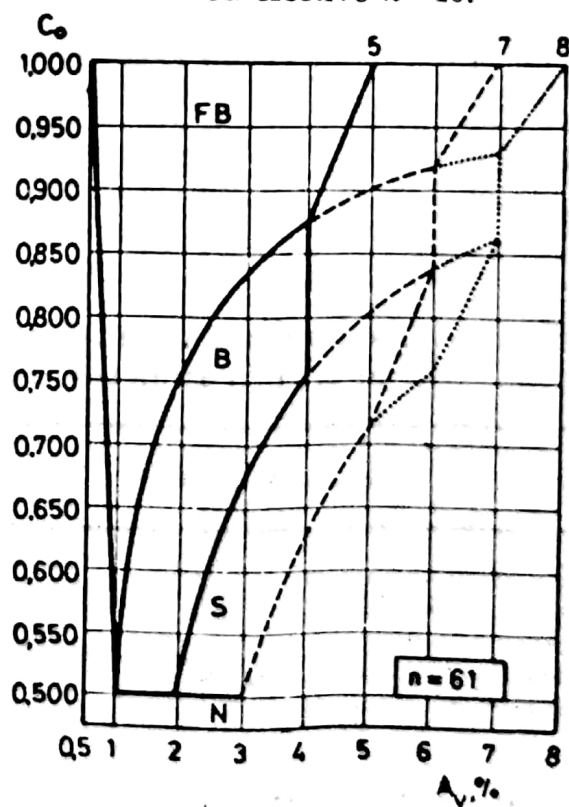


Fig. XI.2. Aprecieria omogenității absorbției de apă,  $A_v$ , pentru șiruri cu efective  $n=10$ .

Fig. XI.3. Aprecieria omogenității absorbției de apă,  $A_v$ , pentru șiruri cu efective  $n=61$ .



**ANEXA XII. TRANSFORMAREA ÎN PROBIT A FRECVENȚELOR CUMULATE  
ALE DISTRIBUȚIILOR EMPIRICE**

| Frecvența cumulată,<br>% | Valoare probit | Frecvența cumulată,<br>% | Valoare probit |
|--------------------------|----------------|--------------------------|----------------|
| 0                        | 0,0000         | 70                       | 5,5244         |
| 1                        | 2,6737         | 75                       | 5,6745         |
| 2                        | 2,9463         | 80                       | 5,8416         |
| 3                        | 3,1192         | 85                       | 6,0364         |
| 4                        | 3,2493         | 90                       | 6,2816         |
| 5                        | 3,3551         | 95                       | 6,6449         |
| 6                        | 3,4452         | 96                       | 6,7507         |
| 7                        | 3,5242         | 97                       | 6,8808         |
| 8                        | 3,5949         | 98,0                     | 7,0537         |
| 9                        | 3,6592         | 98,1                     | 7,0719         |
| 10                       | 3,7181         | 98,2                     | 7,0969         |
| 12                       | 3,8250         | 98,3                     | 7,1201         |
| 14                       | 3,9197         | 98,4                     | 7,1444         |
| 16                       | 4,0055         | 98,5                     | 7,1701         |
| 18                       | 4,0816         | 98,6                     | 7,1973         |
| 20                       | 4,1584         | 98,7                     | 7,2262         |
| 23                       | 4,2612         | 98,8                     | 7,2571         |
| 26                       | 4,3567         | 98,9                     | 7,2904         |
| 29                       | 4,4466         | 99,0                     | 7,3263         |
| 32                       | 4,5323         | 99,1                     | 7,3656         |
| 35                       | 4,6147         | 99,2                     | 7,4089         |
| 38                       | 4,6945         | 99,3                     | 7,4573         |
| 41                       | 4,7725         | 99,4                     | 7,5121         |
| 44                       | 4,8490         | 99,5                     | 7,5758         |
| 47                       | 4,9247         | 99,6                     | 7,6521         |
| 50                       | 5,0000         | 99,7                     | 7,7478         |
| 55                       | 5,1257         | 99,8                     | 7,8782         |
| 60                       | 5,2533         | 99,9                     | 8,0902         |
| 65                       | 5,3853         |                          |                |

**ANEXA XIII. STUDIU DE VARIABILITATE A GRADULUI DE COMPACTARE  
PENTRU O ÎMBRĂCĂMINTE ASFALTICĂ**

| Indicatori statistici             | Densitatea aparentă a îmbrăcăminții |              |
|-----------------------------------|-------------------------------------|--------------|
|                                   | Binder, g/cm³                       | Uzura, g/cm³ |
| Număr de determinări $n$          | 165                                 | 168          |
| Valoarea medie $\bar{x}$          | 2,316                               | 2,365        |
| Abaterea standard                 | 0,026                               | 0,063        |
| Coefficient de variație $C_v$ , % | 2,0                                 | 3,1          |
| Calificativ omogenitate           | FB                                  | FB           |
| Densitate aparentă proiectată     | 2,310                               | 2,350        |

**ANEXA XIV. INTERPRETAREA STATISTICĂ A REZULTATELOR  
MĂSURĂTORILOR GROSIMII STRATURILOR  
UNEI ÎMBRĂCĂMINȚI ASFALTICE**

| Indicatori statistici             | Grosime totală<br>binder + uzură<br>cm | Grosime binder<br>cm | Grosime uzură<br>cm |
|-----------------------------------|----------------------------------------|----------------------|---------------------|
| Număr de determinări $n$          | 40                                     | 40                   | 40                  |
| Valoarea medie $\bar{x}$          | 12,40                                  | 7,47                 | 4,90                |
| Abaterea standard $s$             | 1,712                                  | 1,377                | 0,670               |
| Coefficient de variație $C_v$ , % | 13,81                                  | 18,43                | 13,63               |
| Calificativ omogenitate           | B                                      | S                    | B                   |
| Grosime proiectată                | 10,00                                  | 6,00                 | 4,00                |

**ANEXA XV. INTERPRETAREA STATISTICĂ A REZULTATELOR  
MĂSURĂTORILOR GROSIMII TOTALE  
A UNUI SISTEM RUTIER**

| Indicatori statistici               | Grosimea sistemului rutier<br>cm |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| Număr de determinări $n$            | 25                               |
| Valoarea medie $\bar{x}$            | 31,22                            |
| Abaterea standard $s$               | 3,36                             |
| Coefficientul de variație $C_v$ , % | 10,76                            |
| Calificativ omogenitate             | B                                |
| Grosime proiectată                  | 27,5                             |



## Bibliografie

1. Andrei, R. *Criterii statistice pentru aprecierea calității mixturilor și a îmbrăcăminților asfaltice rutiere*. În : M.I.D., Drumuri și poduri, nr. 1, 1971.
2. Andrei, R. *Controlul de calitate prin laborator, la lucrările de drumuri*. În : În ajutorul muncitorilor și maiștrilor de drumuri și poduri, C.D.P.T., nr. 3, 1971.
3. Andrei, R. *Studii și încercări privind posibilitățile de utilizare a compactării uscate la execuția terasamentelor de drumuri, în cadrul Grupului de șantier Libia*. În : Revista transporturilor și telecomunicațiilor, nr. 1, 1978.
4. Arquie, G. *Compactage des assises de chaussées*. În : Bulletin de liaison L.C.P.C., nr. 83, 1976.
5. Brunschwig, G. *Application des statistiques et des probabilités aux sciences de l'ingénieur*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 88, 1977.
6. Bry, M. *La visibilité de nuit des marquages routiers et sa mesure*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 86, 1976.
7. Ceaușescu, D. *Tratarea statistică a datelor chimico-analitice*, București, Editura tehnică, 1973.
8. Coquand, R. *Drumuri* (trad. din l. franceză). Vol. II, București, Editura tehnică, 1973.
9. Cleveland, D. E. *Manual of Traffic Engineering Studies*. Third edition, 1964.
10. Darrel, H. *How to Lie with Statistics*. New York, Mc Graw Hill Editors, 1970.
11. Dumitrescu, T. *Metode și tehnici matematice în pedagogie*. București, Editura didactică și pedagogică, 1969.
12. Dixon, W. I. *Introduction to Statistical Analysis*. New York, Mc Graw Hill, Editors, 1967.
13. Eichler, Ch. *Asupra unor posibilități de aplicare a teoriei probabilităților la alcătuirea unor prescripții de întreținere*. În : Controlul calității. Laboratorul de uzină, C.D.P.T., nr. 11, 1972.
14. Edwards, A. C. *Field Investigation of a Method for the Rapid Analysis of Fresh Concrete*. În : T.R.R.L. Report nr. 560, 1977.
15. Fremond, M. *Matématiques et problèmes routiers*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 81, 1976.

16. Ganier, J. *Homogenité et qualité des gravillons*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 88, 1977.
17. Gluck A. *Metode matematice în industria chimică*, București, Editura tehnică 1971.
18. Gulleman R. *Dépuillement automatique du coefficient Viagraph*. În : Bulletin L. C. P. C., nr. 86, 1976.
19. Husbec M. S. *L'uni des revêtements routiers*. Raport du Comité technique des caractéristiques de surface, XVI Congrès Mondial de la Route, Vienne, 1979.
20. Ingles, O. G. *Compaction in Soil Mechanics*. În : Soil Mechanics, New Horizons Newnes Butterworths London, 1974.
21. Jaques, Ph. *Control de conformité aux spécifications des matériaux de construction*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 88, 1977.
22. Jacobs, J. K. *Pavement Deflections Measurements and their Applications to Structural Maintenance and Overlay Design*. În : T.R.R.L. Report nr. 571, 1978.
23. Jeoffrois, G. *Conferință privind centrele de anrobaj*. În : M.I.D., C.D.P.T., 1969.
24. Journez, M. *Mesure en conteneur de la température des enrobés*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 87, 1977.
25. Jercan, S. *Interpretarea statistică a rezultatelor încercărilor*. În : Construcții în transporturi, vol. XXV, 1971.
26. Lagdin, N. *Aplicarea corelației multiple pentru determinarea factorilor de influență în viticultură*. În : Studii și cercetări de calcul în economie și cibernetică, nr. 5, 1969.
27. Lessage, G. *Recherche par l'ordinateur des formules granulométriques d'endrobés bitumineux*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 87, 1977.
28. Lister, N. W. *Deflection Criteria for Flexible Pavements*. În : T.R.R.L. Report nr. 375, 1975.
29. Lucas, J. *Mesure systématique de l'uni sur le réseau routier*. În : Bulletin L.C.P.C., nr. 10, 1978.
30. Lumbe, P. *Application of Statistics in Soil Mechanics*. În : Soil Mechanics. New Horizons. Newnes Butterworths, London, 1974.
30. Lumbe, P. *Application of Statistics in Soil Mechanics*. În : Soil Mechanics. New Horizons. Newnes Butterworths. London, 1974.
31. Mathews, D. H. *The Design and Acceptance Criteria for the Strength of Concrete*. În : T.R.R.L. Report nr. 301, 1970.
32. Metcalf, J. B. *The Statistical Implications of Some Current Specifications and Codes of Practice*. În : T.R.R.L., Report nr. 299, 1970.
33. Metcalf, J. B. *The Specification of Concrete Strength. Part, II*, T.R.R.L. Report nr. 300, 1970.
34. Mondel, J. *The Interlaboratory Evaluation of Testing Methods*. În : The ASTM Bulletin, juillet, 1959.
35. Ostrovski, K. *Controlul complex al calității*. În : Controlul calității. Laboratorul de uzină, nr. 5, 1971.
36. Powell, W. D. *Review of Literature on Compaction of Bituminous Materials*. În : T.R.R.L. Report nr. 405, 1973.
37. Rocas, S. I. *Statistickii kontrolni kachestva v dorojnom stroitelstve*. Moskva, Izdat. Transport, 1977.
38. Salt, M.G.F. *Etude du bruit résultant de l'interaction des pneumatiques et de la route*. Raport, XVI Congrès Mondial de la Route, Vienne, 1979.
39. Salvadori, G. M. și Baron L. M. *Metode numerice în tehnică*. (traducere din I. engleză). București, Editura tehnică, 1972.
40. Sahleanu, V. *Metode matematice în cercetarea medico-biologică*. București, Editura medicală, 1959.
41. Sherwood, P. T. *The Reproducibility of the Results of Soil Classifications and Compaction Test*. În : T.R.R.L. Report nr. 339, 1974.

42. Steinbach, V. *Prelucrarea statistică în medicină și în biologie*. București, Editura Academiei, 1961.
43. Steopoe, A. *Îndrumător pentru laboratorul de beloane al șantierului*. Ed. III București, Editura tehnică, 1974.
44. Shultze, E. *La signification générale des statistiques pour l'ingénieur*. În : Bulletin I.C.P.C., nr. 88, 1977.
45. Tiron, M., *Prelucrarea statistică și informațională a datelor de măsurare*. București, Editura tehnică, 1976.
46. Vaguelsy, D. *L'analyse statistique des données*, În : Bulletin I.C.P.C., nr. 88, 1977.
47. Tovissi, L. și Voda, V. *Metode statistice — aplicații în producție*. București, Editura științifică și enciclopedică, 1982.
48. Warren, W. *Doamna Șansă*. București, Editura științifică, 1969.
49. Woods, *Highway Engineering Handbook*, New York, Mc Graw Hill Editors, 1960.
50. \* \* \* ASTM, STP 335. *Manual for Conducting an Interlaboratory Study of Test Methods*.
51. \* \* \* *Îmbunătățirea rugozității suprafețelor de rulare în vederea asigurării lor contra derapajului*. I.C.P.T.T., București, 1978.
52. \* \* \* *Instrucțiuni tehnice pentru măsurarea planeității drumurilor cu aparatul Viagraf*. I.C.P.T.T. București, 1978.
53. \* \* \* *Instrucțiuni tehnice departamentale pentru determinarea deformabilității drumurilor*. M.T.Tc., CD. 31—77.
54. \* \* \* AASHTO Materials, Part I, *Specifications*, Part II, *Tests*, 11-th Edition, 1974.
55. \* \* \* Asphalt Institute, *Thickness Design. Full Depth Asphalt Pavement Structures for Highways and Streets*. Manual Series No. 1, august, 1970.
56. \* \* \* *Descrierea invenției 58372. Metodă și aparat pentru separarea particulelor fine și foarte fine din probele de pământ*. OSIM, București, 1975.
57. \* \* \* *Road Maintenance TS 5*. În : IX-th IRF World Meeting, Stockholm, 1—5 June 1981, pag. 47—58.